



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$. Si determini un prodotto scalare $*$ su \mathcal{V} tale che i polinomi $1 + x$, $1 - x$, x^2 siano una base ortonormale per \mathcal{V} rispetto a $*$.

B) In $E_3(\mathbb{R})$ scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza $d = 2$ e retta di minima distanza $r : x + y = 0 = x - z$.

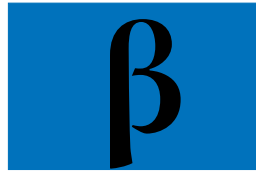
C) Si determini una matrice 3×3 avente per autospazi $V_1 := \{(x, y, z) : x + y = 0\}$ e $V_2 = \langle (1, 1, 1) \rangle$.

D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il punto $P_k = (k, 0, 0, 1)$ appartiene al sottospazio affine generato dai punti $A = (1, 0, 2, 0)$, $B = (0, 0, 0, 1)$, $C_k = (1, 0, k, 0)$.

E) Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare iniettiva e $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una applicazione lineare suriettiva. Quali sono i possibili valori di $\dim(\text{Im}(g \circ f))$. Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia (f, g) di funzioni che realizza tale dimensione.

F) Sia $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ la base canonica di \mathbb{R}_2 . In $AG(2, \mathbb{R})$ si determini un riferimento affine Γ rispetto al quale la retta $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$ abbia equazione $x = 0$.

G) Si determini per quali valori del parametro reale k la retta $r : x = 0$ ed il punto $P = (1, 0)$ sono coniugati rispetto la conica \mathcal{C}_k di equazione $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$.



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$. Si determini un prodotto scalare $*$ su \mathcal{V} tale che i polinomi $x^2 - 1$, $x^2 + 1$, $2x$ siano una base ortonormale per \mathcal{V} rispetto a $*$.

B) In $E_3(\mathbb{R})$ scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza $d = 3$ e retta di minima distanza $r : x - y = 0 = x - z$.

C) Si determini una matrice 3×3 avente per autospazi $V_0 := \{(x, y, z) : x + y + z = 0\}$ e $V_{-1} = \langle (1, 1, 1) \rangle$.

D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il punto $P_k = (0, 0, k, 1)$ appartiene al sottospazio affine generato dai punti $A = (1, 0, 2, 0)$, $B = (0, 0, 0, 1)$, $C_k = (k, 0, 2, 0)$.

E) Siano $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una applicazione lineare suriettiva e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare iniettiva. Quali sono i possibili valori di $\dim(\text{Im}(g \circ f))$. Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia (f, g) di funzioni che realizza tale dimensione.

F) Sia $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ la base canonica di \mathbb{R}_2 . In $AG(2, \mathbb{R})$ si determini un riferimento affine Γ rispetto al quale la retta $r = [(1, 2); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$ abbia equazione $y = 0$.

G) Si determini per quali valori del parametro reale k la retta $r : y = 3$ ed il punto $P = (0, 1)$ sono coniugati rispetto la conica \mathcal{C}_k di equazione $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$.



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$. Si determini un prodotto scalare $*$ su \mathcal{V} tale che i polinomi $x^2 + x$, $x^2 - x$, $1 + x$ siano una base ortonormale per \mathcal{V} rispetto a $*$.

B) In $E_3(\mathbb{R})$ scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza $d = 2$ e retta di minima distanza $r : x - z = 0 = x + 2y$.

C) Si determini una matrice 3×3 avente per autospazi $V_1 := \{(x, y, z) : x + y = z = 0\}$ e $V_2 = \langle (1, 0, 0), (0, 0, 1) \rangle$.

D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il punto $P_k = (0, 0, k, 1)$ appartiene al sottospazio affine generato dai punti $A_k = (1, 0, 2k, 0)$, $B = (0, 0, 0, 1)$, $C = (1, k, 2, 0)$.

E) Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare iniettiva e $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una applicazione lineare suriettiva. Quali sono i possibili valori di $\dim(\text{Im}(g \circ f))$. Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia (f, g) di funzioni che realizza tale dimensione.

F) Sia $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ la base canonica di \mathbb{R}_2 . In $AG(2, \mathbb{R})$ si determini un riferimento affine Γ rispetto al quale la retta $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$ abbia equazione $x = 0$.

G) Si determini per quali valori del parametro reale k la retta $r : x + 2y = 0$ ed il punto $P = (1, 1)$ sono coniugati rispetto la conica \mathcal{C}_k di equazione $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$.



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$. Si determini un prodotto scalare $*$ su \mathcal{V} tale che i polinomi $x + 1$, $x^2 - x$, 1 siano una base ortonormale per \mathcal{V} rispetto a $*$.

B) In $E_3(\mathbb{R})$ scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza $d = 3$ e retta di minima distanza $r : x - 2z = 0 = x + y$.

C) Si determini una matrice 3×3 avente per autospazi $V_{-1} := \{(x, y, z) : x - y = 0\}$ e $V_1 = \langle (2, 1, 0) \rangle$.

D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il punto $P_k = (0, 0, k, 1)$ appartiene al sottospazio affine generato dai punti $A_k = (1, k, 2, 0)$, $B = (0, 0, 0, 1)$, $C = (1, 1, 2, 0)$.

E) Siano $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una applicazione lineare suriettiva e $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare iniettiva. Quali sono i possibili valori di $\dim(\text{Im}(g \circ f))$. Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia (f, g) di funzioni che realizza tale dimensione.

F) Sia $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ la base canonica di \mathbb{R}_2 . In $AG(2, \mathbb{R})$ si determini un riferimento affine Γ rispetto al quale la retta $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$ abbia equazione $x + y = 0$.

G) Si determini per quali valori del parametro reale k la retta $r : y = 3$ ed il punto $P = (0, 1)$ sono coniugati rispetto la conica \mathcal{C}_k di equazione $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$.
