Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Primo Appello - 19/01/2026

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini la matrice della proiezione ortogonale di $\mathbb{R}^3$ sul sottospazio $x - y + z = 0$; se ne calcolino gli autovalori ed una matrice diagonalizzante per essa.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del sottospazio affine di $AG_3(\mathbb{R})$ generato dai punti $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 1, 0)$, $R_k = (k, 0, k)$, $S = (0, k^2, 0)$.

C) Sia $\phi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ la funzione lineare data da $\phi(x, y, z, t) = (3x + y, z + t, x + y + z)$. Si determinino la dimensione ed una base sia dell'immagine di ϕ che del ker di ϕ. È ϕ suriettiva?

D) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$.

E) Sia $U = \{f(x, y) \in \mathbb{R}[x, y] | \deg(f) \leq 2, \forall y \in \mathbb{R} : f(0, y) = 0\}$. Si determini la dimensione ed una base della copertura lineare di U.

F) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1-k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k + 1 \\ x + (k+1)z = 1 \end{cases}.$$

G) Si studi, al variare del parametro k, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $kx^2 + 2xy + 2y^2 + 2y + k = 0$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Primo Appello - 19/01/2026

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini la matrice della proiezione ortogonale di $\mathbb{R}^3$ sul sottospazio $x+y+z=0$; se ne calcolino gli autovalori ed una matrice diagonalizzante per essa.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del sottospazio affine di $AG_3(\mathbb{R})$ generato dai punti $P=(0,0,1)$, $Q=(0,-1,0)$, $R_k=(k,0,k)$, $S=(0,k^2,0)$.

C) Sia $\phi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ la funzione lineare data da $\phi(x,y,z,t)=(2x+y, z+t, 2x+y+z)$. Si determinino la dimensione ed una base sia dell'immagine di ϕ che del ker di ϕ. È ϕ suriettiva?

D) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$.

E) Sia $U = \{f(x,y) \in \mathbb{R}[x,y] | \deg(f) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} : f(x,0)=0\}$. Si determini la dimensione ed una base della copertura lineare di U.

F) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1-k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k+1 \\ x + (k+1)z = 1 \end{cases} .$$

G) Si studi, al variare del parametro k, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $kx^2 + 2xy - y^2 + 2y - k = 0$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 19/01/2026

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini la matrice della proiezione ortogonale di $\mathbb{R}^3$ sul sottospazio $x + y - z = 0$; se ne calcolino gli autovalori ed una matrice diagonalizzante per essa.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del sottospazio affine di $AG_3(\mathbb{R})$ generato dai punti $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 1, 0)$, $R_k = (k, 0, -k)$, $S = (0, k^2, 0)$.

C) Sia $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la funzione lineare data da $\phi(x, y, z) = (x, 2y + z, 2x + 2y + z)$. Si determinino la dimensione ed una base sia dell'immagine di ϕ che del ker di ϕ. È ϕ iniettiva?

D) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.

E) Sia $U = \{f(x, y) \in \mathbb{R}[x, y] | \deg(f) \leq 2, \forall y \in \mathbb{R} : f(y, y) = 0\}$. Si determini la dimensione ed una base della copertura lineare di U.

F) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} y + (1 - k)z = 0 \\ x + 2y + 3z = 2k + 1 \\ (k + 1)x + z = 1 \end{cases} .$$

G) Si studi, al variare del parametro k, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $kx^2 + 2xy - y^2 + 2y + k = 0$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

δ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 19/01/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini la matrice della proiezione ortogonale di $\mathbb{R}^3$ sul sottospazio $x - y - z = 0$; se ne calcolino gli autovalori ed una matrice diagonalizzante per essa.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del sottospazio affine di $AG_3(\mathbb{R})$ generato dai punti $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 4, 0)$, $R_k = (k, 0, k)$, $S = (0, k^2, 0)$.

C) Sia $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la funzione lineare data da $\phi(x, y, z) = (x, 2y + z, 2x + y + 2z, y)$. Si determinino la dimensione ed una base sia dell'immagine di ϕ che del ker di ϕ. È ϕ iniettiva?

D) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 - kx_4 = 0$.

E) Sia $U = \{f(x, y) \in \mathbb{R}[x, y] | \deg(f) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} : f(x, -x) = 0\}$. Si determini la dimensione ed una base della copertura lineare di U.

F) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + (1 - k)y = 0 \\ 2x + 3y + z = 2k + 1 \\ y + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

G) Si studi, al variare del parametro k, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $2kx^2 + 2xy - y^2 + 2y - k = 0$.