



**Algebra Lineare e Geometria**

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Sia  $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$ . Si determini un prodotto scalare  $*$  su  $\mathcal{V}$  tale che i polinomi  $1 + x$ ,  $1 - x$ ,  $x^2$  siano una base ortonormale per  $\mathcal{V}$  rispetto a  $*$ .

---

---

B) In  $E_3(\mathbb{R})$  scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza  $d = 2$  e retta di minima distanza  $r : x + y = 0 = x - z$ .

---

---

C) Si determini una matrice  $3 \times 3$  avente per autospazi  $V_1 := \{(x, y, z) : x + y = 0\}$  e  $V_2 = \langle (1, 1, 1) \rangle$ .

---

---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il punto  $P_k = (k, 0, 0, 1)$  appartiene al sottospazio affine generato dai punti  $A = (1, 0, 2, 0)$ ,  $B = (0, 0, 0, 1)$ ,  $C_k = (1, 0, k, 0)$ .

---

---

E) Siano  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una applicazione lineare iniettiva e  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una applicazione lineare suriettiva. Quali sono i possibili valori di  $\dim(\text{Im}(g \circ f))$ . Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia  $(f, g)$  di funzioni che realizza tale dimensione.

---

---

F) Sia  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  la base canonica di  $\mathbb{R}_2$ . In  $AG(2, \mathbb{R})$  si determini un riferimento affine  $\Gamma$  rispetto il quale la retta  $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$  abbia equazione  $x = 0$ .

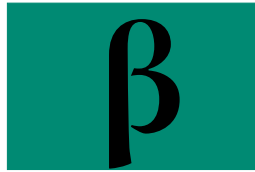
---

---

G) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(1, 0, i)$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria**

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Sia  $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$ . Si determini un prodotto scalare  $*$  su  $\mathcal{V}$  tale che i polinomi  $x^2 - 1$ ,  $x^2 + 1$ ,  $2x$  siano una base ortonormale per  $\mathcal{V}$  rispetto a  $*$ .

---

---

B) In  $E_3(\mathbb{R})$  scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza  $d = 3$  e retta di minima distanza  $r : x - y = 0 = x - z$ .

---

---

C) Si determini una matrice  $3 \times 3$  avente per autospazi  $V_0 := \{(x, y, z) : x + y + z = 0\}$  e  $V_{-1} = \langle (1, 1, 1) \rangle$ .

---

---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il punto  $P_k = (0, 0, k, 1)$  appartiene al sottospazio affine generato dai punti  $A = (1, 0, 2, 0)$ ,  $B = (0, 0, 0, 1)$ ,  $C_k = (k, 0, 2, 0)$ .

---

---

E) Siano  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una applicazione lineare suriettiva e  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una applicazione lineare iniettiva. Quali sono i possibili valori di  $\dim(\text{Im}(g \circ f))$ . Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia  $(f, g)$  di funzioni che realizza tale dimensione.

---

---

F) Sia  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  la base canonica di  $\mathbb{R}_2$ . In  $AG(2, \mathbb{R})$  si determini un riferimento affine  $\Gamma$  rispetto il quale la retta  $r = [(1, 2); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$  abbia equazione  $y = 0$ .

---

---

G) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(-1, 0, i)$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria**

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Sia  $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$ . Si determini un prodotto scalare  $*$  su  $\mathcal{V}$  tale che i polinomi  $x^2 + x$ ,  $x^2 - x$ ,  $1 + x$  siano una base ortonormale per  $\mathcal{V}$  rispetto a  $*$ .

---

---

B) In  $E_3(\mathbb{R})$  scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza  $d = 2$  e retta di minima distanza  $r : x - z = 0 = x + 2y$ .

---

---

C) Si determini una matrice  $3 \times 3$  avente per autospazi  $V_1 := \{(x, y, z) : x + y = z = 0\}$  e  $V_2 = \langle (1, 0, 0), (0, 0, 1) \rangle$ .

---

---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il punto  $P_k = (0, 0, k, 1)$  appartiene al sottospazio affine generato dai punti  $A_k = (1, 0, 2k, 0)$ ,  $B = (0, 0, 0, 1)$ ,  $C = (1, k, 2, 0)$ .

---

---

E) Siano  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una applicazione lineare iniettiva e  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una applicazione lineare suriettiva. Quali sono i possibili valori di  $\dim(\text{Im}(g \circ f))$ . Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia  $(f, g)$  di funzioni che realizza tale dimensione.

---

---

F) Sia  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  la base canonica di  $\mathbb{R}_2$ . In  $AG(2, \mathbb{R})$  si determini un riferimento affine  $\Gamma$  rispetto il quale la retta  $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$  abbia equazione  $x = 0$ .

---

---

G) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(1, i, 0)$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria**

Terzo Appello - 30/03/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Sia  $\mathcal{V} := \{f(x) \in \mathbb{R}[x] : \deg f < 3\}$ . Si determini un prodotto scalare  $*$  su  $\mathcal{V}$  tale che i polinomi  $x + 1, x^2 - x, 1$  siano una base ortonormale per  $\mathcal{V}$  rispetto a  $*$ .

---

---

B) In  $E_3(\mathbb{R})$  scrivano le equazioni di due rette sghembe aventi distanza  $d = 3$  e retta di minima distanza  $r : x - 2z = 0 = x + y$ .

---

---

C) Si determini una matrice  $3 \times 3$  avente per autospazi  $V_{-1} := \{(x, y, z) : x - y = 0\}$  e  $V_1 = \langle (2, 1, 0) \rangle$ .

---

---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il punto  $P_k = (0, 0, k, 1)$  appartiene al sottospazio affine generato dai punti  $A_k = (1, k, 2, 0), B = (0, 0, 0, 1), C = (1, 1, 2, 0)$ .

---

---

E) Siano  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  una applicazione lineare suriettiva e  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una applicazione lineare iniettiva. Quali sono i possibili valori di  $\dim(\text{Im}(g \circ f))$ . Per ognuno dei possibili valori si fornisca un esempio di coppia  $(f, g)$  di funzioni che realizza tale dimensione.

---

---

F) Sia  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  la base canonica di  $\mathbb{R}_2$ . In  $AG(2, \mathbb{R})$  si determini un riferimento affine  $\Gamma$  rispetto il quale la retta  $r = [(1, 0); \mathcal{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)]$  abbia equazione  $x + y = 0$ .

---

---

G) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(-1, 0, i)$ .

---

---