



Algebra Lineare e Geometria

Secondo Appello - 02/02/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la posizione reciproca in  $AG_3(\mathbb{R})$  delle due rette  $r : \begin{cases} 2x + 3y + 5z = k \\ 3x + y = 0 \end{cases}$   
ed  $s : \begin{cases} kx + 3y + 5z = 0 \\ (k + 3)x + y = k \end{cases}$ .
- 
- 

- B) In  $\mathcal{V} := \{f(x, y) \in \mathbb{C}[x, y] : \deg(f) \leq 2\}$ , sia  $U_k := \{f(x, y) \in \mathcal{V} : f(x, x + k) = 0\}$ . Si determinini, al variare di  $k$  un complemento *diretto*  $W_k$  di  $U_k$  in  $\mathcal{V}$ .
- 
- 

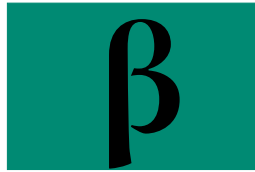
- C) Si determini una matrice ortogonalmente diagonalizzante la matrice della proiezione ortogonale di  $\mathbb{R}^4$  sul sottospazio di equazione  $x - y + z - t = 0$ .
- 
- 

- D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il vettore  $v = (2, 3, 5, 0)$  appartiene alla immagine  $\Pi$  della applicazione lineare  $f_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  data da  $f_k(x, y, z) = (x + y, 2x + ky, 4x + z, x + 2ky - z)$ . Posto  $k = 0$ , quanto vale  $d(v, \Pi)$ ?
- 
- 

- E) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (2, 3, 0), (3, k + 1, k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .
- 
- 

- F) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $x \star y := x_1y_1 + 3x_2y_2 + 2x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((0, 0, 1), (1, 1, 1))$ .
- 
- 

- G) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $x - iy + 2i - 1 = 0 = iy - z - 2i + 3$ .
- 
-



**Algebra Lineare e Geometria**

Secondo Appello - 02/02/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la posizione reciproca e le eventuali intersezioni in  $AG_3(\mathbb{R})$  delle due rette

$$r : \begin{cases} 5x + 3y + kz = k \\ y + 3z = 0 \end{cases} \quad \text{ed } s : \begin{cases} 5x + 3y + kz = 0 \\ (k + 3)x + y = k \end{cases} .$$

B) In  $\mathcal{V} := \{f(x, y) \in \mathbb{C}[x, y] : \deg(f) \leq 2\}$ , sia  $U_k := \{f(x, y) \in \mathcal{V} : f(y + 2k, y) = 0\}$ . Si determinini, al variare di  $k$  un complemento *diretto*  $W_k$  di  $U_k$  in  $\mathcal{V}$ .

C) Si determini una matrice ortogonalmente diagonalizzante la matrice della proiezione ortogonale di  $\mathbb{R}^4$  sul sottospazio di equazione  $x + y - z - t = 0$ .

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il vettore  $v = (2, 3, 5, 0)$  appartiene alla immagine  $\Pi$  della applicazione lineare  $f_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  data da  $f_k(x, y, z) = (x + y, 2x + 2ky, 4x + z, x + 4ky - z)$ . Posto  $k = 0$ , quanto vale  $d(v, \Pi)$ ?

E) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (5, 4, 3), (3 + k, 2, 1 + k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

F) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((0, 1, 0), (1, 1, 1))$ .

G) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $x + iy - i - 2 = 0 = y + z - 4$ .



**Algebra Lineare e Geometria**

Secondo Appello - 02/02/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la posizione reciproca e le eventuali intersezioni in  $AG_3(\mathbb{R})$  delle due rette

$$r : \begin{cases} kx + 4y + 3z = k \\ 3x + y = 0 \end{cases} \quad \text{ed } s : \begin{cases} 2x + ky = 0 \\ (k-1)x - y + z = k \end{cases} .$$


---



---

B) In  $\mathcal{V} := \{f(x, y) \in \mathbb{C}[x, y] : \deg(f) \leq 2\}$ , sia  $U_k := \{f(x, y) \in \mathcal{V} : f(x, 2k + x) = 0\}$ . Si determinini, al variare di  $k$  un complemento *diretto*  $W_k$  di  $U_k$  in  $\mathcal{V}$ .

---



---

C) Si determini una matrice ortogonalmente diagonalizzante la matrice della proiezione ortogonale di  $\mathbb{R}^4$  sul sottospazio di equazione  $x + 2y - z = 0$ .

---



---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il vettore  $v = (2, 3, 5, 0)$  appartiene alla immagine  $\Pi$  della applicazione lineare  $f_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  data da  $f_k(x, y, z) = (x + y, 2x - ky, 4x + z, x - 2ky - z)$ . Posto  $k = 0$ , quanto vale  $d(v, \Pi)$ ?

---



---

E) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (0, 2, 2), (k, 2, 1) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore

della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---



---

F) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $x \star y := x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 1, 1))$ .

---



---

G) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $ix - y + 2 - 3i = 0 = y + z - 3$ .

---



---



**Algebra Lineare e Geometria**

Secondo Appello - 02/02/2026

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la posizione reciproca e le eventuali intersezioni in  $AG_3(\mathbb{R})$  delle due rette

$$r: \begin{cases} 4x + ky + 3z = k \\ x + 3y = 0 \end{cases} \quad \text{ed } s: \begin{cases} kx + 2y = 0 \\ -x + (k-1)y + z = k \end{cases}.$$


---



---

B) In  $\mathcal{V} := \{f(x, y) \in \mathbb{C}[x, y] : \deg(f) \leq 2\}$ , sia  $U_k := \{f(x, y) \in \mathcal{V} : f(ky, y) = 0\}$ . Si determinini, al variare di  $k$  un complemento *diretto*  $W_k$  di  $U_k$  in  $\mathcal{V}$ .

---



---

C) Si determini una matrice ortogonalmente diagonalizzante la matrice della proiezione ortogonale di  $\mathbb{R}^4$  sul sottospazio di equazione  $x - 2y + t = 0$ .

---



---

D) Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il vettore  $v = (2, 0, 5, 3)$  appartiene alla immagine  $\Pi$  della applicazione lineare  $f_k: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  data da  $f_k(x, y, z) = (x + y, 2x - ky, 4x + z, x - 2ky - z)$ . Posto  $k = 0$ , quanto vale  $d(v, \Pi)$ ?

---



---

E) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (2, k, 2), (0, -1, k - 3) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---



---

F) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 0, 1))$ .

---



---

G) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $ix - y + 1 - 3i = 0 = y + iz - 1 - 2i$ .

---



---