Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Sesto Appello - 25/08/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta, determinandone il numero di soluzioni, la risolubilità al variare del parametro reale k del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 4t = 1 \\ kx + (k+1)y + z + (k+2)t = k+1 \\ x + ky = 0 \\ y + kz + 1 = k. \end{cases}$$

B) Si scriva una applicazione lineare suriettiva dallo spazio vettoriale complesso $\mathbb{C}^{2,2}$ nello spazio vettoriale $\mathscr{V} = \{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg f(x) \leq 3, f(-i) = 0\}$ e poi, fissate opportune basi, la si rappresenti mediante una matrice.

C) Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4$, si scriva la matrice della proiezione ortogonale sull'iperpiano di equazione $\Pi : x+y = 0$ rispetto il prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3 + 4x_4y_4$. Che rango ha la matrice?

D) Si determini la retta di minima distanza fra le due rette

$$r : \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} , \qquad s : \begin{cases} x - z = 3 \\ 2x + y - z = 4 \end{cases} .$$

E) Si determini, se esiste, un sistema lineare in 4 incognite il cui insieme di soluzioni contenga come sottoinsieme $X := \{(1,0,0,0), (0,2,0,0), (1,1,0,1), (0,0,1,1), (1,1,1,1)\}$. Quanti sistemi esistono che ammettono tali soluzioni?

F) Si calcolino gli autospazi della matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Se la matrice è diagonalizzabile si scriva anche una matrice diagonalizzante.

G) Nello spazio euclideo 3-dimensionale determini il luogo dei punti equidistanti da $P_k = (1,k,0)$, $Q = (0,1,0)$, $R = (0,0,1)$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Sesto Appello - 25/08/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta, determinandone il numero di soluzioni, la risolubilità al variare del parametro reale k del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z + 4t = 1 \\ kx + (k+1)y + z + (k+2)t = k+1 \\ x + kz = 0 \\ y + kz + 1 = k. \end{cases}$$

B) Si scriva una applicazione lineare iniettiva dallo spazio vettoriale complesso $\mathscr{V} = \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \colon \deg f(x) \leq 3, f(i) = 0\}$ nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^{2,2}$ e poi, fissate opportune basi, la si rappresenti mediante una matrice.

C) Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4$, si scriva la matrice della proiezione ortogonale sull'iperpiano di equazione $\Pi : x - y = 0$ rispetto il prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + x_2y_2 + 4x_3y_3 + 2x_4y_4$. Che rango ha la matrice?

D) Si determini la retta di minima distanza fra le due rette

$$r : \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 0 \end{cases} , \qquad s : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y - z = 1 \end{cases} .$$

E) Si determini, se esiste, un sistema lineare in 4 incognite il cui insieme di soluzioni contenga come sottoinsieme $X := \{(2,0,0,0), (1,0,0,0), (1,1,0,1), (0,0,1,1), (1,1,1,1)\}$. Quanti sistemi esistono che ammettono tali soluzioni?

F) Si calcolino gli autospazi della matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$. Se la matrice è diagonalizzabile si scriva anche una matrice diagonalizzante.

G) Nello spazio euclideo 3-dimensionale determini il luogo dei punti equidistanti da $P_k = (1,0,k)$, $Q = (0,1,0)$, $R = (1,0,1)$.

γ

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Sesto Appello - 25/08/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta, determinandone il numero di soluzioni, la risolubilità al variare del parametro reale k del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 4t = 1 \\ kx + (k+1)y + z + (k+2)t = k+1 \\ x + ky = 0 \\ y + kz + 1 = k. \end{cases}$$

B) Si scriva una applicazione lineare iniettiva dallo spazio vettoriale complesso $\mathscr{V} = \{f(x) \in \mathbb{C}[x] \colon \deg f(x) \leq 3, f(i) = 0\}$ nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^{2,2}$ e poi, fissate opportune basi, la si rappresenti mediante una matrice.

C) Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4$, si scriva la matrice della proiezione ortogonale sull'iperpiano di equazione $\Pi : x+y = 0$ rispetto il prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + x_2y_2 + 4x_3y_3 + 2x_4y_4$. Che rango ha la matrice?

D) Si determini la retta di minima distanza fra le due rette

$$r : \begin{cases} y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases} , \qquad s : \begin{cases} y - z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases} .$$

E) Si determini, se esiste, un sistema lineare in 4 incognite il cui insieme di soluzioni contenga come sottoinsieme $X := \{(2,0,0,0), (4,0,0,0), (3,0,0,0), (0,1,1,1), (1,1,1,1)\}$. Quanti sistemi esistono che ammettono tali soluzioni?

F) Si calcolino gli autospazi della matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -5 & -2 & -1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ -5 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Se la matrice è diagonalizzabile si scriva anche una matrice diagonalizzante.

G) Nello spazio euclideo 3-dimensionale determini il luogo dei punti equidistanti da $P_k = (k, 1, 0)$, $Q = (1, 0, 0)$, $R = (0, 0, 1)$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Sesto Appello - 25/08/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta, determinandone il numero di soluzioni, la risolubilità al variare del parametro reale k del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z + 4t = 1 \\ kx + (k+1)y + z + (k+2)t = k+1 \\ x + kz = 0 \\ y + kz + 1 = k. \end{cases}$$

B) Si scriva una applicazione lineare suriettiva dallo spazio vettoriale complesso $\mathbb{C}^{2,2}$ nello spazio vettoriale $\mathscr{V} = \{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg f(x) \leq 3, f(-i) = 0\}$ e poi, fissate opportune basi, la si rappresenti mediante una matrice.

C) Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4$, si scriva la matrice della proiezione ortogonale sull'iperpiano di equazione $\Pi : x - t = 0$ rispetto il prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + 2x_2y_2 + 2x_3y_3 + x_4y_4$. Che rango ha la matrice?

D) Si determini la retta di minima distanza fra le due rette

$$r : \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \qquad s : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y - z = 1 \end{cases}.$$

E) Si determini, se esiste, un sistema lineare in 4 incognite il cui insieme di soluzioni contenga come sottoinsieme $X := \{(1,0,0,0), (0,2,0,0), (1,1,1,0), (0,0,1,1), (1,1,1,1)\}$. Quanti sistemi esistono che ammettono tali soluzioni?

F) Si calcolino gli autospazi della matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 6 & 3 \\ -1 & -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$. Se la matrice è diagonalizzabile si scriva anche una matrice diagonalizzante.

G) Nello spazio euclideo 3-dimensionale determini il luogo dei punti equidistanti da $P = (1,0,0)$, $Q_k = (0,k,1)$, $R = (0,0,1)$.