Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathscr{S} := (1,0,0,1) + \mathscr{L}((1,1,0,1),(0,-1,0,1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + c = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + 2bb' + cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathscr{V} := \mathscr{L}\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(2i) = 0, f(1) = 0\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 2-k & 1-k & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x + y - z = 0$.

G) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)xy + kyz + xz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezioni delle polari condotte dai punti $(i : 0 : 2)$ e $(-i : 0 : 2)$ sia il punto $(-1 : 1 : -2)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathscr{S} := (1,0,-1,0) + \mathscr{L}((1,0,-1,1),(0,0,1,-1),(0,0,0,1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a - b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + cc' + 2dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathscr{V} := \mathscr{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(0) = i\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k-1 & k & 0 \\ 1 & k-1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 2 dal piano di equazione $x - y - z = 0$.

G) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)xz + kxy + yz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezioni delle polari condotte dai punti $(0 : i : 2)$ e $(0 : -i : 2)$ sia il punto $(1 : -3 : -2)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathscr{S} := (1,1,1,2) + \mathscr{L}((1,1,0,1),(0,0,1,1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 1 & -k & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \\ 0 & 0 & k & k \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = 2aa' + bb' + cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathscr{V} := \mathscr{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(1) = 0, f(i) = 0\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2-k \\ 0 & k & 1-k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x + y + z = 0$.

G) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)xy + kxz + yz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezioni delle polari condotte dai punti $(0:2:i)$ e $(0:2:-i)$ sia il punto $(1:-3:-4)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathscr{S} := (1,0,1,0) + \mathscr{L}((1,0,1,1),(0,0,1,1),(0,0,1,0))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -2 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+2 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a+d=0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + 2cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathscr{V} := \mathscr{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(i) = 1\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & k-1 & 1 \\ 0 & k & k-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x - y - z = 0$.

G) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)yz + kxy + xz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezioni delle polari condotte dai punti $(2:0:i)$ e $(2:0:-i)$ sia il punto $(-1:1:0)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.