



**Algebra e Geometria**  
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

---

---

B) Si discuta, al variare del parametro reale  $k$ , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali: 
$$\begin{cases} 2x - 2z = 3 \\ -2x + y + z = 3 \\ kx + k^2y = 0 \end{cases} .$$

---

---

C) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  per cui l'intersezione dei due piani  $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$  e  $\sigma : x_2 + x_4 = 0$  è contenuta nel piano  $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$ .

---

---

D) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + 3x + x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, 1 - x^2, 1 + x^3, x - x^3)$ .

---

---

E) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  si considerino i sottospazi  $U := \mathcal{L}(X)$  ove  $X = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : x = 2y + 1\}$  ed  $Y_k = \mathcal{L}((k, k, 0), (0, 1, k + 1))$ . Si determini per quali valori di  $k$  la somma  $U + Y_k$  è diretta.

---

---

F) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha un asintoto parallelo alla retta  $x + y = 3$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

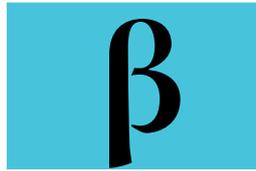
---

---

G) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$  si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta  $x + iy + z = ix + y - z = 0$ .

---

---



**Algebra e Geometria**

Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

---

---

B) Si discuta, al variare del parametro reale  $k$ , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali: 
$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ kx + y = 1 \\ y + kz = 4 \end{cases} .$$

---

---

C) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  per cui l'intersezione dei due piani  $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$  e  $\sigma : x_2 + x_4 = 0$  è contenuta nel piano  $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$ .

---

---

D) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 - 3x + x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, 1 + x^3, x - x^3, 1 - x^2)$ .

---

---

E) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  si considerino i sottospazi  $U := \mathcal{L}(X)$  ove  $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2x - 1\}$  ed  $Y_k = \mathcal{L}((k, 0, -k), (1, k - 2, 2))$ . Si determini per quali valori di  $k$  la somma  $U + Y_k$  è diretta.

---

---

F) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha asintoti paralleli alla retta  $x - y = 5$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

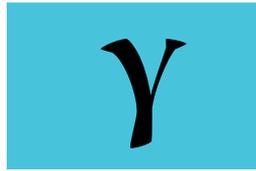
---

---

G) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$  si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta  $x - iy + z = x + y - z = 0$ .

---

---



**Algebra e Geometria**  
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

---

---

B) Si discuta, al variare del parametro reale  $k$ , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali: 
$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ kx + kz = 0 \\ ky + z = -1 \end{cases} .$$

---

---

C) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  per cui l'intersezione dei due piani  $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$  e  $\sigma : x_2 + x_4 = 0$  è contenuta nel piano  $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 - kx_4 = 0$ .

---

---

D) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + x + 3x^3$  rispetto alla base ordinata  $(1 + x^3, x - x^3, x^2, 1 - x^2)$ .

---

---

E) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  si considerino i sottospazi  $U := \mathcal{L}(X)$  ove  $X = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3y + 1\}$  ed  $Y_k = \mathcal{L}((0, k, -k), (k + 2, 5, 0))$ . Si determini per quali valori di  $k$  la somma  $U + Y_k$  è diretta.

---

---

F) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha un asintoto parallelo alla retta  $x + 2y = -1$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

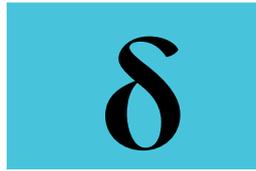
---

---

G) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$  si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta  $x + iy + z = x + iy - iz = 0$ .

---

---



**Algebra e Geometria**  
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

---

---

B) Si discuta, al variare del parametro reale  $k$ , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali: 
$$\begin{cases} kx + z = 2 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ ky + z = 3 \end{cases} .$$

---

---

C) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  per cui l'intersezione dei due piani  $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$  e  $\sigma : x_2 + x_4 = 0$  è contenuta nel piano  $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ .

---

---

D) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + x + 3x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, x - x^3, 1 - x^2, 1 + x^3)$ .

---

---

E) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^3$  si considerino i sottospazi  $U := \mathcal{L}(X)$  ove  $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3x + 1\}$  ed  $Y_k = \mathcal{L}((2k - 2, 0, k - 1), (0, k - 3, 1))$ . Si determini per quali valori di  $k$  la somma  $U + Y_k$  è diretta.

---

---

F) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha un asintoto parallelo alla retta  $x - 2y = 1$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

---

---

G) In  $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$  si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta  $x + y + iz = x + iy - iz = 0$ .

---

---