



Algebra e Geometria
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali:
$$\begin{cases} 2x - 2z = 3 \\ -2x + y + z = 3 \\ kx + k^2y = 0 \end{cases} .$$

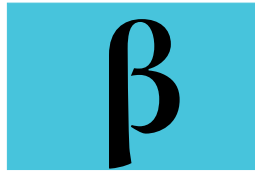
C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è contenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3 , si scrivano le componenti del vettore $1 + 3x + x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, 1 - x^2, 1 + x^3, x - x^3)$.

E) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : x = 2y + 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((k, k, 0), (0, 1, k + 1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x + y = 3$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

G) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = ix + y - z = 0$.



Algebra e Geometria
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali:
$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ kx + y = 1 \\ y + kz = 4 \end{cases} .$$

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è contenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3 , si scrivano le componenti del vettore $1 - 3x + x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, 1 + x^3, x - x^3, 1 - x^2)$.

E) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2x - 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((k, 0, -k), (1, k - 2, 2))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha asintoti paralleli alla retta $x - y = 5$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

G) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x - iy + z = x + y - z = 0$.



Algebra e Geometria

Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali:
$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ kx + kz = 0 \\ ky + z = -1 \end{cases} .$$

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è contenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 - kx_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3 , si scrivano le componenti del vettore $1 + x + 3x^3$ rispetto alla base ordinata $(1 + x^3, x - x^3, x^2, 1 - x^2)$.

E) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3y + 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((0, k, -k), (k + 2, 5, 0))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x + 2y = -1$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

G) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = x + iy - iz = 0$.



Algebra e Geometria
Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k , la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3

variabili reali:
$$\begin{cases} kx + z = 2 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ ky + z = 3 \end{cases} .$$

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è contenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3 , si scrivano le componenti del vettore $1 + x + 3x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, x - x^3, 1 - x^2, 1 + x^3)$.

E) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3x + 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((2k - 2, 0, k - 1), (0, k - 3, 1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x - 2y = 1$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

G) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + y + iz = x + iy - iz = 0$.
