Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Primo Appello - 10/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino (se esistono) in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ due rette sghembe ed ortogonali contenute rispettivamente nei piani $x+y+z=2$ e $x+y+z=-5$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$, una base del complemento ortogonale rispetto il prodotto scalare standard in $\mathbb{R}^4$ di $\mathscr{U}_k := \mathscr{L}(\{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + 3x_2 + x_3 = k^2 - 1, x_1 + x_4 = 0\})$.

C) Si determini per quali valori di k esistono matrici $M \in \mathbb{R}^{3,3}$ *non diagonalizzabili* con autovettori $(1,0,1)$, $(0,1,k)$, $(2,2,2)$.

D) Si determini una base dello spazio vettoriale $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$ dei polinomi di grado al più 3 a coefficienti in $\mathbb{C}$ tale che il polinomio $x^3 + 2x - 3i$ abbia componenti $(1, 0, -1, 0)$ rispetto ad essa.

E) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 - k \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 0. \end{cases}$$

F) Si studi, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione omogenea $F_k(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2kx_1x_2 - x_2^2 + 2x_2x_3 + (k-1)x_3^2$.

G) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ sia sottospazio vettoriale.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

β

Algebra e Geometria

Primo Appello - 10/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino (se esistono) in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ due rette sghembe a distanza 3 contenute nei piani $x+y+z=2$ e $x-y-z=4$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{C}$, una base del complemento ortogonale rispetto il prodotto scalare standard in $\mathbb{C}^4$ di $\mathscr{U}_k := \mathscr{L}(\{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + 3x_2 + x_3 = k^2 - 1, x_1 + 2x_4 = 0\})$.

C) Si determini per quali valori di k esistono matrici $M \in \mathbb{R}^{3,3}$ *non diagonalizzabili* con autovettori $(2,0,1)$, $(0,k,1)$, $(2,2,2)$.

D) Si determini una base dello spazio vettoriale $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$ dei polinomi di grado al più 3 a coefficienti in $\mathbb{C}$ tale che il polinomio $x^2 + 2ix - 1$ abbia componenti $(1, i, 1, 1)$ rispetto ad essa.

E) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

F) Si studi, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione omogenea $F_k(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2kx_1x_2 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 2x_3^2$.

G) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 10/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino (se esistono) in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ due rette sghembe ed ortogonali contenute rispettivamente nei piani $x+2y+3z=2$ e $2x+4y+6z=-6$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{C}$, una base del complemento ortogonale rispetto il prodotto scalare standard in $\mathbb{C}^4$ di $\mathscr{U}_k := \mathscr{L}(\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : 2x_1+3x_2+x_3=k^2+1, x_1+3x_4=0\})$.

C) Si determini per quali valori di k esistono matrici $M \in \mathbb{R}^{3,3}$ *non diagonalizzabili* con autovettori $(1,1,1)$, $(0,k,1)$, $(1,0,0)$.

D) Si determini una base dello spazio vettoriale $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$ dei polinomi di grado al più 3 a coefficienti in $\mathbb{C}$ tale che il polinomio x^3-1 abbia componenti $(1,2,3,4)$ rispetto ad essa.

E) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x+ky+2t=1 \\ y+kz+t=2 \\ x+(k+1)y+kz+(k+3)t=3. \end{cases}$$

F) Si studi, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione omogenea $F_k(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2kx_1x_2-x_2^2+2x_2x_3+2x_3^2$.

G) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX=B$ ammetta ∞^2 soluzioni.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 10/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino (se esistono) in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ due rette sghembe a distanza 2 contenute nei piani $x+3y+z=2$ e $3x-y-2z=4$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$, una base del complemento ortogonale rispetto il prodotto scalare standard in $\mathbb{R}^4$ di $\mathscr{U}_k := \mathscr{L}(\{(x_1,x_2,x_3,x_4) : 2x_1+3x_2+x_3 = k^2+1, x_1-2x_4=0\})$.

C) Si determini per quali valori di k esistono matrici $M \in \mathbb{R}^{3,3}$ *non diagonalizzabili* con autovettori $(1,0,1)$, $(0,k,1)$, $(1,0,0)$.

D) Si determini una base dello spazio vettoriale $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$ dei polinomi di grado al più 3 a coefficienti in $\mathbb{C}$ tale che il polinomio x^3+x^2+x+1 abbia componenti $(i,0,0,-1)$ rispetto ad essa.

E) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x+ky+2t=0 \\ y+kz+t=0 \\ x+(k+1)y+kz+(k+3)t=2-k. \end{cases}$$

F) Si studi, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione omogenea $F_k(x_1,x_2,x_3) = x_1^2+2kx_1x_2+3x_2^2+2x_2x_3+2x_3^2$.

G) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX=B$ sia sottospazio vettoriale.