

Algebra Lineare e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

- B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ i sottospazi vettoriali $\mathcal{U} := \mathcal{L}((1, k, 0, 0), (0, 1, k, 0))$ e $\mathcal{W} := \{(x, y, z, t) : kx - y = 0 = x + ky - z\}$ sono in somma diretta.

- C) Posti $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & k & -2 \\ 1 & 1 & 1 & k+1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $A_k X = B_k$ sia compatibile.

- D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ -5 & -k & 0 \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tal caso si trovi una matrice diagonale simile ad essa.

- E) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, si determini l'equazione del piano π contenente la retta di equazione $x + y = x + z = 0$ ed ortogonale al piano di equazione $y - 2z = 0$.

- F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x - y = 2z + x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1, 1, 1)$.

- G) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $(1, 1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.



Algebra Lineare e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

- B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ i sottospazi vettoriali $\mathcal{U} := \mathcal{L}((0, k, 0, 1), (0, 1, k, 0))$ e $\mathcal{W} := \{(x, y, z, t) : kt - y = 0 = t + ky - z\}$ sono in somma diretta.

- C) Posti $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -2 & k \\ 0 & -2 & 1 & 3 & -k \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $A_k X = B_k$ sia compatibile.

- D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ -1 & -k & 0 \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tal caso si trovi una matrice diagonale simile ad essa.

- E) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, si determini l'equazione del piano π contenente la retta di equazione $x - y = x + z = 0$ ed ortogonale al piano di equazione $y + 2z = 0$.

- F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x + y = 2y + x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(0, 1, 1)$.

- G) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $(1, -1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.



Algebra Lineare e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

- B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ i sottospazi vettoriali $\mathcal{U} := \mathcal{L}((1, k, 0, 0), (0, 1, k, 0))$ e $\mathcal{W} := \{(x, y, z, t) : kx - y = 0 = 2x + ky - z\}$ sono in somma diretta.

- C) Posti $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ k^2 \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $AX = B_k$ sia compatibile.

- D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ -5 & -k & 0 \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tal caso si trovi una matrice diagonale simile ad essa.

- E) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, si determini l'equazione del piano π contenente la retta di equazione $x + y = x - z = 0$ ed ortogonale al piano di equazione $y - z = 0$.

- F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x - 2y = 2z + x - 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1, 0, 1)$.

- G) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $(-1, 1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.



Algebra Lineare e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

- B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ i sottospazi vettoriali $\mathcal{U} := \mathcal{L}((1, k, 0, 0), (0, 1, k, 0))$ e $\mathcal{W} := \{(x, y, z, t) : kx - y = 0 = 3x + ky - z\}$ sono in somma diretta.

- C) Posti $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} k^2 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $AX = B_k$ sia compatibile.

- D) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ -1 & -k & 0 \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tal caso si trovi una matrice diagonale simile ad essa.

- E) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, si determini l'equazione del piano π contenente la retta di equazione $x - y = x - z = 0$ ed ortogonale al piano di equazione $y + z = 0$.

- F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x + 2y = 2z - x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1, 1, 0)$.

- G) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $(1, -1), (0, 1)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.