

Algebra Lineare e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathcal{S} := (1, 0, 0, 1) + \mathcal{L}((1, 1, 0, 1), (0, -1, 0, 1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k \\ 0 & 0 & 0 & 1 - k^2 \end{pmatrix}$.

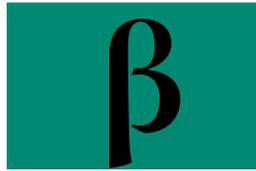
C) Sia $\mathcal{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + c = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di \mathcal{V} rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + 2bb' + cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathcal{V} := \mathcal{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(2i) = 0, f(1) = 0\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 2 - k & 1 - k & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x + y - z = 0$.

G) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 0, 1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.



Algebra Lineare e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathcal{S} := (1, 0, -1, 0) + \mathcal{L}((1, 0, -1, 1), (0, 0, 1, -1), (0, 0, 0, 1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathcal{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a - b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di \mathcal{V} rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + cc' + 2dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathcal{V} := \mathcal{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(0) = i\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k-1 & k & 0 \\ 1 & k-1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 2 dal piano di equazione $x - y - z = 0$.

G) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 1, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.



Algebra Lineare e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathcal{S} := (1, 1, 1, 2) + \mathcal{L}((1, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 1 & -k & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \\ 0 & 0 & k & k \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathcal{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di \mathcal{V} rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = 2aa' + bb' + cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathcal{V} := \mathcal{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(1) = 0, f(i) = 0\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2-k \\ 0 & k & 1-k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x + y + z = 0$.

G) Si scriva una retta r passante per il punto $(1, 0, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.



Algebra Lineare e Geometria

Terzo Appello - 15/04/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare che abbia insieme di soluzioni $\mathcal{S} := (1, 0, 1, 0) + \mathcal{L}((1, 0, 1, 1), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, 0))$.

B) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -2 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+2 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

C) Sia $\mathcal{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + d = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di \mathcal{V} rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + 2cc' + dd'$.

D) Si determini la dimensione ed una base dello spazio vettoriale $\mathcal{V} := \mathcal{L}(\{f(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(f) < 4, f(i) = 1\})$.

E) Si determini per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} 1 & k-1 & 1 \\ 0 & k & k-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile ed in tali casi se ne calcoli la matrice diagonalizzante.

F) Si determini una retta a distanza 3 dal piano di equazione $x - y - z = 0$.

G) Si scriva una retta r passante per il punto $(1, 1, 1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.
