Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra Lineare e Geometria

Secondo Appello - 27/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} 2x - 2z = 3 \\ -2x + y + z = 3 \\ kx + k^2 y = 0 \end{cases}$.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, si scrivano le componenti del vettore $1 + 3x + x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, 1 - x^2, 1 + x^3, x - x^3)$.

E) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathscr{L}(X)$ ove $X = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 \colon x = 2y + 1\}$ ed $Y_k = \mathscr{L}((k, k, 0), (0, 1, k + 1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini un sistema lineare $AX = B$ che ammetta fra le proprie soluzioni i vettori $(1, 0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 0, 0)$, $(0, 0, 0, 1, 1)$, $(0, 0, 0, 1, 0)$. Quante sono le soluzioni in totale?

G) Si scriva, se esiste, la matrice rispetto le basi canoniche di una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ avente $\dim(\ker f) = 2$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria

Secondo Appello - 27/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} x+y+2z=3 \\ kx+y=1 \\ y+kz=4 \end{cases}$.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, si scrivano le componenti del vettore $1 - 3x + x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, 1 + x^3, x - x^3, 1 - x^2)$.

E) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathscr{L}(X)$ ove $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 \colon z = 2x - 1\}$ ed $Y_k = \mathscr{L}((k, 0, -k), (1, k-2, 2))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini un sistema lineare $AX = B$ che ammetta fra le proprie soluzioni i vettori $(0, 0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 1, 1)$, $(0, 0, 0, 0, 0)$. Quante sono le soluzioni in totale?

G) Si scriva, se esiste, la matrice rispetto le basi canoniche di una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ iniettiva.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

γ

Algebra Lineare e Geometria

Secondo Appello - 27/01/2025

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice diagonalizzabile ma non diagonale con autovalori 1 e 3.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ kx + kz = 0 \\ ky + z = -1 \end{cases}$.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 - kx_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, si scrivano le componenti del vettore $1 + x + 3x^3$ rispetto alla base ordinata $(1 + x^3, x - x^3, x^2, 1 - x^2)$.

E) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathscr{L}(X)$ ove $X = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3y + 1\}$ ed $Y_k = \mathscr{L}((0, k, -k), (k + 2, 5, 0))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini un sistema lineare $AX = B$ che ammetta fra le proprie soluzioni i vettori $(0, 0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 1, 1)$, $(0, 0, 0, 0, 0)$. Quante sono le soluzioni in totale?

G) Si scriva, se esiste, la matrice rispetto le basi canoniche di una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ avente $\dim(\ker f) = 1$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra Lineare e Geometria

Secondo Appello - 27/01/2025

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

B) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} kx + z = 2 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ ky + z = 3 \end{cases}$.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.

D) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, si scrivano le componenti del vettore $1 + x + 3x^3$ rispetto alla base ordinata $(x^2, x - x^3, 1 - x^2, 1 + x^3)$.

E) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathscr{L}(X)$ ove $X = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 \colon z = 3x + 1\}$ ed $Y_k = \mathscr{L}((2k - 2, 0, k - 1), (0, k - 3, 1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + Y_k$ è diretta.

F) Si determini un sistema lineare $AX = B$ che ammetta fra le proprie soluzioni i vettori $(0, 0, 0, 0, 0)$, $(1, 1, 1, 1, 1)$, $(0, 1, 0, 1, 0)$, $(1, 0, 1, 0, 0)$. Quante sono le soluzioni in totale?

G) Si scriva, se esiste, la matrice rispetto le basi canoniche di una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ suriettiva.