Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/9/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

B) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & k \\ 0 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ammette il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -k \\ 0 \end{pmatrix}$ come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

C) In $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + b + ic - d = 0\}$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ il vettore $(1, i, 0, k)$ appartiene a W.

D) Si scriva in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ l'equazione di una ellisse di centro $C := [(2, 4, 2)]$ con un asse parallelo alla retta $x_1 + x_2 = x_3$.

E) Si scrivano in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali alla retta $r : x = 2 = z$,di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

F) Si determini per quali valori del parametro reale k l'insieme delle soluzioni del sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

è un sottospazio vettoriale. Se ne determini poi una base.

G) Si calcoli la proiezione ortogonale del punto $P = (-1, 0, 0)$ di $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ sul piano di equazioni $x - y + z = 0$.

684, 688, 693, 697, 701,140,241

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/9/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

B) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -k \\ 0 & -k & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ammette il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$ come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

C) In $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a - b + ic - d = 0\}$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ il vettore $(1, 0, k, i)$ appartiene a W.

D) Si scriva in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ l'equazione di una iperbole di centro $C := [(4, 2, 2)]$ con un asse parallelo alla retta $x_1 - x_2 = x_3$.

E) Si scrivano in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali la retta $r : y = 1 = z$, di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

F) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k^2-7 \\ 4 \\ k-2 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^1 soluzioni.

G) Si calcoli la proiezione ortogonale del punto $P = (0, 1, 0)$ di $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ sul piano di equazioni $x - y + z = 1$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/9/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 1 & -k & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \\ 0 & 0 & k & k \end{pmatrix}$.

B) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 3 & k \\ k & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ammette il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -k \\ 0 \end{pmatrix}$ come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

C) In $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + b + ic + d = 0\}$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ il vettore $(k, 1, i, 0)$ appartiene a W.

D) Si scriva in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ l'equazione di una iperbole di centro $C := [(2, 2, 2)]$ con un asintoto parallelo alla retta $x_1 - x_2 = x_3$.

E) Si scrivano in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali la retta $r : x = 2 = y$, di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

F) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^3 soluzioni.

G) Si calcoli la proiezione ortogonale del punto $P = (1, 0, 0)$ di $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ sul piano di equazioni $x + y + z = 0$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/9/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -2 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+2 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$.

B) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & k-1 \\ 0 & 2k & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ammette il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$ come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

C) In $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + b + c + id = 0\}$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ il vettore $(1, 0, k, 1)$ appartiene a W.

D) Si scriva in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ l'equazione di una ellisse di centro $C := [(3, 6, 3)]$ con un asintoto parallelo alla retta $2x_1 - ix_2 = x_3$.

E) Si scrivano in $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali la retta $r : y = 1 = z$, di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

F) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^2 soluzioni.

G) Si calcoli la proiezione ortogonale del punto $P = (0, 1, 0)$ di $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ sul piano di equazioni $x - y + z = 1$.