Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/7/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, si considerino le coniche $\mathscr{C}_1: kx_1^2+kx_2^2+x_3^2+2x_1x_3+4x_2x_3=0$ e $\mathscr{C}_2: 2kx_1x_2+2x_1x_3+4x_2x_3+x_3^2=0$. Si determino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui i centri delle due coniche giacciono sulla retta $2x_1+2x_2+3x_3=0$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a,b,c,d)\in\mathbb{C}^4 : a+2b-ic=0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i,0,1,2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi: x_1-kx_2+kx_3-x_4=0$ e $\sigma: x_2+x_4=0$ è conenuta nel piano $\theta: x_1+x_2+x_3+2x_4=0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} 2x-2z=3 \\ -2x+y+z=3 \\ kx+k^2y=0 \end{cases}$.

E) Si scriva una matrice reale 3×3 che abbia tra i suoi autovalori 1 e 2 e tra i suoi autovettori $(1,1,1)$ e $(1,0,1)$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V=\{(a,b,c)\in\mathbb{R}^3 : a+b+c=0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x+y+z=x-y+2z=0$ ed ortogonale alla retta di equazione $2x-y-1=0=x+z-2$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

β

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/7/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, si considerino le coniche $\mathscr{C}_1: kx_1^2 + kx_2^2 + x_3^2 + 2xx_3 - 4x_2x_3 = 0$ e $\mathscr{C}_2: 2kx_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_3^2 = 0$. Si determino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui i centri delle due coniche giacciono sulla retta $x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + ib - ic = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i, 0, 1, 2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ kx + y = 1 \\ y + kz = 4 \end{cases}$.

E) Si scriva una matrice reale 3×3 che abbia tra i suoi autovalori 0 e 2 e tra i suoi autovettori $(1, 1, 1)$ e $(1, 0, 1)$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : a - b + c = 0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x + y + z = x - y + 2z = 0$ e parallelo alla retta di equazione $2x - y - 2 = 0 = x + z - 2$.

γ

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/7/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, si considerino le coniche $\mathscr{C}_1: kx_1^2 + kx_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 = 0$ e $\mathscr{C}_2: 2kx_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 + x_3^2 = 0$. Si determino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui i centri delle due coniche giacciono sulla retta $-x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + b + ic = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i, 0, 1, 2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 - kx_4 = 0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ kx + kz = 0 \\ ky + z = -1 \end{cases}$.

E) Si scriva una matrice reale 3×3 che abbia tra i suoi autovalori -1 e -2 e tra i suoi autovettori $(1, 1, 1)$ e $(1, 0, 1)$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : a - b - c = 0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x + y + z = x - y + 2z = 0$ ed ortogonale alla retta di equazione $y + z - 2 = x - 1 = 0$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

δ

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 9/7/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, si considerino le coniche $\mathscr{C}_1: kx_1^2+kx_2^2+x_3^2+2x_1x_3-4x_2x_3=0$ e $\mathscr{C}_2: 2kx_1x_2+2x_1x_3-4x_2x_3+x_3^2=0$. Si determino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui i centri delle due coniche giacciono sulla retta $2x_1+2x_2+x_3=0$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a,b,c,d)\in\mathbb{C}^4: 2a+2b-ic=0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i,0,2,2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi: x_1-kx_2+kx_3-x_4=0$ e $\sigma: x_2+x_4=0$ è conenuta nel piano $\theta: x_1+x_2+x_3+x_4=0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} kx+z=2 \\ 2x+2y+z=0 \\ ky+z=3 \end{cases}$.

E) Si scriva una matrice reale 3×3 che abbia tra i suoi autovalori -1 e 1 e tra i suoi autovettori $(1,1,1)$ e $(1,0,1)$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V=\{(a,b,c)\in\mathbb{R}^3: a+b-c=0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x+y+z=x-y+2z=0$ e parallelo alla retta di equazione $x+y+z+1=0=2x+z=0$.