Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su $\mathbb{C}$ in 3 equazioni e 2 incognite la cui unica soluzione sia $(0, 1)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ risulti ortogonale alla retta di equazione $x + y = z = 0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in M_{3\times 2}(\mathbb{R}) \colon a + b = c - d = e + 2f = 0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di una parabola con asse la retta $x + 2y = 0$

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = ix + y - z = 0$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) \colon a - 2b + c = a + kd = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W l'insieme delle soluzioni di $AX = 0$, dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Si determini $\dim(V_k \cap W)$, al variare di k.

G) In $\mathbb{R}^3$ si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su $\mathbb{C}$ in 2 equazioni e 3 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni tra cui $(0,1,1)$ e $(0,i,i)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0,1,1)$ e $(k,0,1)$ contenga la retta di equazione $x+y=z+x=0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \in M_{2\times 3}(\mathbb{R}) \colon a+b=c-d=e+2f=0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di un'ellissi con asintoti le rette $2x+iy=0$ e $2x-iy=0$.

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x-iy+z=x+y-z=0$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a,b,c,d) \colon a-b+2c=ka+d=0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W il sottospazio generato dall'insieme $\{(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 \colon a+b=c=0\}$. Si determini $\dim(V_k \cap W^{\perp})$, al variare di k.

G) In $\mathbb{R}^3$ si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su $\mathbb{C}$ in 3 equazioni e 3 incognite la cui unica soluzione sia $(1, 1, 0)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ sia parallelo alla retta di equazione $2x + y = z + x = 0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in M_{3\times 2}(\mathbb{R}) \colon a - b = c - 2d = e + f = 0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di un'iperbole con asintoti le rette $x - 2y = 0$ e $x + 2y = 0$

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = x + iy - iz = 0$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) \colon 2a - 2b + c = a + kd = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W l'insieme delle soluzioni di $AX = 0$, dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k, se esistono, la somma di V_k e W è diretta.

G) In $\mathbb{R}^3$ si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su $\mathbb{C}$ in 2 equazioni e 2 incognite le cui soluzioni formino uno spazio vettoriale di dimensione 1 generato da $(0, i)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ passi per $(2, 2, 2)$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \in M_{2\times 3}(\mathbb{R}) \colon a - b = c - 2d = e + f = 0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di una conica riducibile passante per i punti $(1 : i : 0)$ e $(1 : -i : 0)$.

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + y + iz = x + iy - iz = 0$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) \colon a + b + c = ka + d = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W il sottospazio generato dall'insieme $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \colon a - b = d = 0\}$. Si dica per quali valori di k, se esistono, la somma di V_k e $W^\perp$ è diretta.

G) In $\mathbb{R}^3$ si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.