



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su \mathbb{C} in 3 equazioni e 2 incognite la cui unica soluzione sia $(0, 1)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ risulti ortogonale alla retta di equazione $x + y = z = 0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in M_{3 \times 2}(\mathbb{R}) : a + b = c - d = e + 2f = 0 \right\}$ e si scrivano,

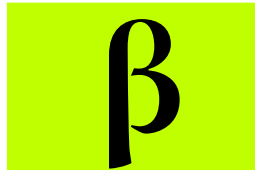
se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di una parabola con asse la retta $x + 2y = 0$

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = ix + y - z = 0$.

F) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) : a - 2b + c = a + kd = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W l'insieme delle soluzioni di $AX = 0$, dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Si determini $\dim(V_k \cap W)$, al variare di k .

G) In \mathbb{R}^3 si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su \mathbb{C} in 2 equazioni e 3 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni tra cui $(0, 1, 1)$ e $(0, i, i)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ contenga la retta di equazione $x + y = z + x = 0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R}) : a + b = c - d = e + 2f = 0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di un'ellissi con asintoti le rette $2x + iy = 0$ e $2x - iy = 0$.

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x - iy + z = x + y - z = 0$.

F) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) : a - b + 2c = ka + d = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W il sottospazio generato dall'insieme $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 : a + b = c = 0\}$. Si determini $\dim(V_k \cap W^\perp)$, al variare di k .

G) In \mathbb{R}^3 si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su \mathbb{C} in 3 equazioni e 3 incognite la cui unica soluzione sia $(1, 1, 0)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ sia parallelo alla retta di equazione $2x + y = z + x = 0$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in M_{3 \times 2}(\mathbb{R}) : a - b = c - 2d = e + f = 0 \right\}$ e si scrivano,

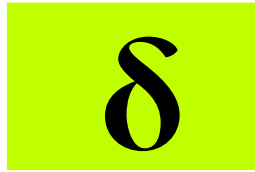
se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di un'iperbole con asintoti le rette $x - 2y = 0$ e $x + 2y = 0$

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + iy + z = x + iy - iz = 0$.

F) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) : 2a - 2b + c = a + kd = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W l'insieme delle soluzioni di $AX = 0$, dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k , se esistono, la somma di V_k e W è diretta.

G) In \mathbb{R}^3 si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 11/06/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva, in forma matriciale, un sistema lineare su \mathbb{C} in 2 equazioni e 2 incognite le cui soluzioni formino uno spazio vettoriale di dimensione 1 generato da $(0, i)$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il piano assiale del segmento di estremi $(0, 1, 1)$ e $(k, 0, 1)$ passi per $(2, 2, 2)$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R}) : a - b = c - 2d = e + f = 0 \right\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ rispetto a tale base.

D) Si determini in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ l'equazione di una conica riducibile passante per i punti $(1 : i : 0)$ e $(1 : -i : 0)$.

E) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ si trovi, se esiste, un piano reale che contenga la retta $x + y + iz = x + iy - iz = 0$.

F) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio vettoriale $V_k = \{(a, b, c, d) : a + b + c = ka + d = 0\}$ con $k \in \mathbb{R}$. Sia W il sottospazio generato dall'insieme $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 : a - b = d = 0\}$. Si dica per quali valori di k , se esistono, la somma di V_k e W^\perp è diretta.

G) In \mathbb{R}^3 si trovi una base ortogonale rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
