Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 13/02/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = 2aa' + bb' + cc' + dd'$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$, si calcoli la distanza delle rette $x - y = z - y = 0$ e $x + 2y = 1 = z$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(-1) = f(i) = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $x^2 + (i-1)x - i$ rispetto a tale base.

D) Si determini la conica generale che passa per i punti $(0:2:1), (0:-2:1), (1:i:0), (1:-i:0)$ e ha centro in $(-1/2:0:1)$.

E) Posti $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & k & -2 \\ 1 & 1 & 1 & k+1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $A_k X = B_k$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale della retta $x - iy + 2i - 1 = 0 = iy - z - 2i + 3$.

G) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (5,4,3), (3+k, 2, 1+k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 13/02/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + c = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + 2bb' + cc' + dd'$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$, si calcoli la distanza delle rette $x - y = z - y = 0$ e $x - 2y = 1 = z$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(1) = f(i) = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $x^2 - (1+i)x + i$ rispetto a tale base.

D) Si determini la conica generale che passa per i punti $(0:1:1), (0:-1:1), (1:i:0), (1:-i:0)$ e ha centro in $(3/2:0:1)$.

E) Posti $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -2 & k \\ 0 & -2 & 1 & 3 & -k \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $A_k X = B_k$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale della retta $ix - y + 2 - 3i = 0 = y + z - 3$.

G) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (2, k, 2), (0, -1, k-3) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 13/02/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + d = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + 2cc' + dd'$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$, si calcoli la distanza delle rette $x - y = z - y = 0$ e $x + 2y = -2 = z$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} \colon f(1) = f(-i) = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $x^2 + (i-1)x - i$ rispetto a tale base.

D) Si determini la conica generale che passa per i punti $(0:2:1), (0:-2:1), (1:i:0), (1:-i:0)$ e ha centro in $(1/2:0:1)$.

E) Posti $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ k^2 \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $AX = B_k$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale della retta $x + iy - i - 2 = 0 = y + z - 4$.

G) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (2,3,0), (3,k+1,k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 13/02/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a - b = 0 \right\}$. Si determini una base ortonormale di $\mathscr{V}$ rispetto al prodotto scalare dato da $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = aa' + bb' + cc' + 2dd'$.

B) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$, si calcoli la distanza delle rette $x - y = z - y = 0$ e $x - 2y = -2 = z$.

C) Si determini una base dello spazio vettoriale $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} \colon f(-1) = f(-i) = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $x^2 + (i+1)x + i$ rispetto a tale base.

D) Si determini la conica generale che passa per i punti $(0 : 1 : 1), (0 : -1 : 1), (1 : i : 0), (1 : -i : 0)$ e ha centro in $(-3/2 : 0 : 1)$.

E) Posti $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B_k = \begin{pmatrix} k^2 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che il sistema $AX = B_k$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale della retta $ix - y + 1 - 3i = 0 = y + iz - 1 - 2i$.

G) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (0,2,2), (k,2,1) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.