



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quinto Appello - 09/09/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{C}$  il rango della seguente matrice  $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k \\ 0 & 0 & 0 & 1 - k^2 \end{pmatrix}$ .

---

---

B) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la matrice  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & k \\ 0 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ammette il vettore  $\begin{pmatrix} 1 \\ -k \\ 0 \end{pmatrix}$  come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

---

---

C) In  $\mathbb{C}^4$  si determini una base del sottospazio  $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a - b + ic - d = 0\}$ . Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{C}$  il vettore  $(1, 0, k, i)$  appartiene a  $W$ .

---

---

D) Si scriva in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  l'equazione di una iperbole di centro  $C := [(4, 2, 2)]$  con un asse parallelo alla retta  $x_1 - x_2 = x_3$ .

---

---

E) Si scrivano in  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali alla retta  $r : x = 2 = z$ , di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare  $\begin{cases} x - y + z = (k + 1) \\ x + y + z = k^2 - 1 \end{cases}$ .

---

---

G) In  $AG(3, \mathbb{C})$  si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $x - 2y + 1 = 0 = y - z$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quinto Appello - 09/09/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{C}$  il rango della seguente matrice  $\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & k+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1-k^2 \end{pmatrix}$ .

---

---

B) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la matrice  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -k \\ 0 & -k & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  ammette il vettore  $\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$  come autovettore. Quale è il corrispondente autovalore?

---

---

C) In  $\mathbb{C}^4$  si determini una base del sottospazio  $W := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + b + ic - d = 0\}$ . Si determini per quali valori di  $k \in \mathbb{C}$  il vettore  $(1, i, 0, k)$  appartiene a  $W$ .

---

---

D) Si scriva in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  l'equazione di una ellisse di centro  $C := [(2, 4, 2)]$  con un asse parallelo alla retta  $x_1 + x_2 = x_3$ .

---

---

E) Si scrivano in  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  le equazioni di 2 rette sghembe ed ortogonali la retta  $r : y = 1 = z$ , di modo che tutte e 3 le rette siano a 2 a due sghembe ed ortogonali fra loro.

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare  $\begin{cases} x - y + z = k + 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2k^2 - 2 \end{cases}$ .

---

---

G) In  $AG(3, \mathbb{C})$  si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $x + 2z + 1 = 0 = x - 2$ .

---

---