Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Quinto Appello - 9/7/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva in $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ l'equazione di una iperbole passante per i punti $[(2,2,0)]$ e $[(-2,2,0)]$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a,b,c,d) \in \mathbb{C}^4 : a + ib - ic = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i,0,1,2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : kx_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ kx + y = 1 \\ y + kz = 4 \end{cases}$.

E) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (2,k,2), (0,-1,k-3) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : a - b + c = 0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x + y + z = x - y + 2z = 0$ e parallelo alla retta di equazione $2x - y - 2 = 0 = x + z - 2$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Quinto Appello - 9/7/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si scriva in $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ l'equazione di un'ellissi passante per i punti $[(2i, 1, 0)]$ e $[(-2i, 1, 0)]$.

B) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ si determini una base del sottospazio $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4 : a + 2b - ic = 0\}$ e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $(i, 0, 1, 2)$ rispetto a tale base.

C) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui l'intersezione dei due piani $\pi : x_1 - kx_2 + kx_3 - x_4 = 0$ e $\sigma : x_2 + x_4 = 0$ è conenuta nel piano $\theta : x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$.

D) Si discuta, al variare del parametro reale k, la compatibilità ed il numero di soluzioni del seguente sistema lineare in 3 variabili reali: $\begin{cases} 2x - 2z = 3 \\ -2x + y + z = 3 \\ kx + k^2y = 0 \end{cases}$.

E) Si dica per quali valori del parametro reale k il sottospazio $V = \langle (2, 3, 0), (3, k + 1, k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$ contiene almeno un autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ dotato del prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, si calcoli il complemento ortogonale del sottospazio $V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : a + b + c = 0\}$.

G) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, l'equazione del piano appartenente al fascio di supporto $2x + y + z = x - y + 2z = 0$ ed ortogonale alla retta di equazione $2x - y - 1 = 0 = x + z - 2$.