Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 25/03/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ A \in \mathbb{R}^{2,3} : A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Si determini una base (se esiste) di $\mathscr{V}$ e si determinino (se possibile) le coordinate di $B := \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa. Quali sono i possibili ranghi degli elementi di $\mathscr{V}$?

B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (3, 2, 7)$.

D) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

E) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ i due sottospazi vettoriali $\mathscr{U} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(2i) = f(k+i) = 0\}$, $\mathscr{V} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(1) = f(2) = 0\}$ sono in somma diretta.

F) Si determini una conica $\mathscr{C}$ passante per i punti $[(1, i, 1)]$, $[(0, i, 0)]$, $[(i, 0, 0)]$ e $[(0, 0, i)]$ e se ne indichi il tipo.

G) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ scriva la proiezione ortogonale del punto $P = (2, 2, 4)$ sul piano $x - 2z = 0$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 25/03/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ A \in \mathbb{R}^{3,2} : A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Si determini una base (se esiste) di $\mathscr{V}$ e si determinino (se possibile) le coordinate di $B := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa. Quali sono i possibili ranghi degli elementi di $\mathscr{V}$?

B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (2, 3, 4)$ e $Q = (-2, -1, 2)$.

D) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

E) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ i due sottospazi vettoriali $\mathscr{U} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(k) = 0\}$, $\mathscr{V} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(1) = f(2) = f(i) = 0\}$ sono in somma diretta.

F) Si determini una conica $\mathscr{C}$ passante per i punti $[(1, i, 1)]$, $[(1, i, 0)]$ e $[(0, 0, i)]$ e se ne indichi il tipo.

G) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ scriva la proiezione ortogonale del punto $P = (1, 2, 3)$ sul piano $x + y + z = 1$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 25/03/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ A \in \mathbb{R}^{2,3} : A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Si determini una base (se esiste) di $\mathscr{V}$ e si determinino (se possibile) le coordinate di $B := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa. Quali sono i possibili ranghi degli elementi di $\mathscr{V}$?

B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ -1 & 4 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (3, 2, 7)$.

D) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

E) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ i due sottospazi vettoriali $\mathscr{U} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(k) = f(0) = 0\}$, $\mathscr{V} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(i) = f(1) = 0\}$ sono in somma diretta.

F) Si determini una conica $\mathscr{C}$ passante per i punti $[(0, i, 1)]$, $[(1, 2i, 0)]$ e $[(0, 0, i)]$ e se ne indichi il tipo.

G) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ scriva la proiezione ortogonale del punto $P = (1, 2, 1)$ sul piano $x - z = 4$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

δ

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 25/03/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{V} := \left\{ A \in \mathbb{R}^{3,2} : A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Si determini una base (se esiste) di $\mathscr{V}$ e si determinino (se possibile) le coordinate di $B := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa. Quali sono i possibili ranghi degli elementi di $\mathscr{V}$?

B) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1 & k \\ -1 & 5 & 0 \\ k & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (2, 0, 4)$ e $Q = (-2, 2, 2)$.

D) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 - k \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 0. \end{cases}$$

E) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{C}$ i due sottospazi vettoriali $\mathscr{U} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(k) = f(i) = 0\}$, $\mathscr{V} := \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(2) = f(0) = 0\}$ sono in somma diretta.

F) Si determini una conica $\mathscr{C}$ passante per i punti $[(1, i, 1)]$, $[(2, i, 0)]$ e $[(0, 0, -i)]$ e se ne indichi il tipo.

G) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ scriva la proiezione ortogonale del punto $P = (3, 2, 1)$ sul piano $x + y - z = 1$.