UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

α

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 + 2kxy + 2(k+1)y + 1 = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = k \\ 2y + 4z = 3 \end{cases}$$

C) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ ammette ∞^2 soluzioni?

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori -1 e 1 di molteplicità geometrica rispettivamente 3 e 1 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + d = 0 \right\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(1,1,1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 - k \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 0. \end{cases}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 - y^2 + 2(k+1)xy - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = -k \\ 2y + 4z = k + 3 \end{cases}$$

C) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{23}, b_1) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ non ammette soluzione?

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 1 e 4 di molteplicità geometrica rispettivamente 1 ed 1 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \{a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}[x] : a + b + c = 0\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = 1 + 2x - 3x^2 + x^3$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(1, 0, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 - 2kxy + 2ky - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2z = 0 \\ x - y = k \\ 4y + 2z = 3 \end{cases}$$

C) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ ammette ∞^1 soluzioni?

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 0 e 6 di molteplicità geometrica rispettivamente 2 e 2 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \{a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}[x] : a - b - c = 0\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = 5 + 2x + 3x^2 + x^3$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 0, 1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

δ

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $kx^2 + 2xy + 2ky - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = k \\ 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

C) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{23}, b_1) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ non ammette soluzione?

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 1 e 3 di molteplicità geometrica rispettivamente 1 e 2 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : c + 3d = 0 \right\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 1, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si determini, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

555,560,337,566,571,575,97