Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 07/07/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, sia $U = \{a + bx + cx^2 + dx^3 : a + b - c = 0,\ b - c - d = 1\}$ e $W_k = \langle k + x^2 \rangle$. Si determinino, se esistono, i valori di k per cui la somma $\langle U \rangle + W_k$ è diretta.

B) Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, tutti i $k \in \mathbb{R}$ tali che il piano assiale del segmento di estremi $(1, 1, 1)$ e $(2, 3, k)$ passi per $(0, 3, 0)$.

D) Sia C_k la conica di equazione: $(k + 1)xy + kxz + yz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezione delle polari dai punti $(0 : 2 : i)$ e $(0 : 2 : -i)$ sia il punto $(1 : -3 : -4)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

E) Sia $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k & k-2 \\ k-3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k la matrice A_k possiede un autospazio di molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x - y = 2z + x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1, 1, 1)$.

G) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ sul campo complesso, si scrivano le coordinate del vettore $(1, i, i, 1 - i)$ rispetto alla base $((i, 1, 1, 0), (2i, 0, 0, 1), (i - 1, 0, 0, 0), (0, 0, i, -i))$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 07/07/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, sia $U = \{a + bx + cx^2 + dx^3 : a + b + c = 0, \ b - c - d = 1\}$ e $W_k = \langle k + (k+1)x^2 \rangle$. Si determinino, se esistono, i valori di k per cui si ha $\dim(W_k + \langle U \rangle) = 3$.

B) Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, tutti i $k \in \mathbb{R}$ tali che il piano assiale del segmento di estremi $(1, 2, 1)$ e $(2, 3, k)$ passi per $(3, 3, 0)$.

D) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)yz + kxy + xz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezione delle polari dai punti $(2 : 0 : i)$ e $(2 : 0 : -i)$ sia il punto $(-1 : 1 : 0)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

E) Sia $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & k+1 & k-1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x + y = 2y + x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(0, 1, 1)$.

G) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ sul campo complesso, si scrivano le coordinate del vettore (i, i, i, i) rispetto alla base $((-i, 0, 0, 1), (i - 1, 0, 0, 0), (i, 1, 1, 0), (0, 0, i, -i))$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 07/07/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, sia $U = \{a + bx + cx^2 + dx^3 \colon a + b - c = 1,\ b - c - d = 1\}$ e $W_k = \langle k + x^2 \rangle$. Si determinino, se esistono, i valori di k per cui la somma $\langle U \rangle + W_k$ è diretta.

B) Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, tutti i $k \in \mathbb{R}$ tali che il piano assiale del segmento di estremi $(2, 1, 1)$ e $(k, 1, 4)$ passi per $(1, 0, 0)$.

D) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)xz + kxy + yz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezione delle polari dai punti $(0 : i : 2)$ e $(0 : -i : 2)$ sia il punto $(1 : -3 : -2)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

E) Sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & k & k-3 \\ -2 & 0 & k \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k la matrice A_k possiede un autospazio di molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x - 2y = 2z + x - 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1, 0, 1)$.

G) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ sul campo complesso, si scrivano le coordinate del vettore $(1, 0, i, 0)$ rispetto alla base $((i, 1, 1, 0), (-2i, 0, 0, 1), (i - 1, 0, 0, 0), (0, 0, i, -1))$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 07/07/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ dei polinomi di grado ≤ 3, sia $U = \{a + bx + cx^2 + dx^3 : a + b - c = 0,\ b - c = 1\}$ e $W_k = \langle 1 + (k+1)x + kx^2 \rangle$. Si determinino, se esistono, i valori di k per cui si ha $\dim(W_k + \langle U \rangle) = 3$.

B) Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

C) In $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ si determinino, se esistono, tutti i $k \in \mathbb{R}$ tali che il piano assiale del segmento di estremi $(1,1,4)$ e $(k,1,3)$ passi per $(1,1,1)$.

D) Sia C_k la conica di equazione: $(k+1)xy + kyz + xz = 0$.

(a) Si determinino, se esistono, i valori di k tali che l'intersezione delle polari dai punti $(i : 0 : 2)$ e $(-i : 0 : 2)$ sia il punto $(-1 : 1 : -2)$.

(b) Si determini l'equazione di una retta r tale che per ogni k il centro di C_k appartenga ad r.

E) Sia $A_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & k & k-2 \\ k-4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Si dica per quali valori di k la matrice A_k è diagonalizzabile.

F) In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, data la retta r di equazione $x + 2y = 2z - x + 1 = 0$, si determini una retta s ortogonale ed incidente ad r e passante per il punto $(1,1,0)$.

G) Nello spazio vettoriale $\mathbb{C}^4$ sul campo complesso, si scrivano le coordinate del vettore $(0, i, i, 1)$ rispetto alla base $((0,1,1,0), (2i,0,0,1), (i-1,0,0,0), (0,0,i,1-i))$.