



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ -2 - k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

B) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + (1 - k)y = 0 \\ 2x + 3y + z = 2k + 1 \\ y + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

C) Si determinino due rette sghembe r, s a distanza 2 contenute rispettivamente nei piani $\pi : 2x + 2y + 2z = 1$ e $\sigma : 3x - 3y + 3z = 5$.

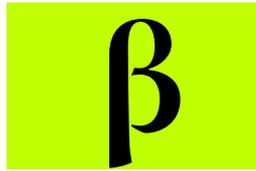
D) In \mathbb{R}^3 dotato del prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$ si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 0, 1))$.

E) Si scriva l'equazione di una ellisse di centro $(0, 1)$ ed asintoto parallelo alla retta $ix + y = 2$.

F) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\begin{aligned} \pi_k : x + y &= 0, & \sigma_k : 2y - z &= 2, \\ \theta_k : (k + 2)x + ky + z &= 0. \end{aligned}$$

G) Si determini per quali valori di k (se esistono) la polare del punto $(1, 1)$ rispetto la conica $\mathcal{C}_k : x^2 - 2xy + 2ky^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ è la retta $x = -\frac{1}{2}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 - 2k & 1 \\ 2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

B) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1 - k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k + 1 \\ x + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

C) Si determinino due rette sghembe r, s a distanza 1 contenute rispettivamente nei piani $\pi : x + y + z = 0$ e $\sigma : x + y - z = 2$.

D) In \mathbb{R}^3 dotato del prodotto scalare $\mathbf{x} * \mathbf{y} := x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3$ si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 1, 1))$.

E) Si scriva l'equazione di una ellisse di centro $(2, 0)$ ed asintoto parallelo alla retta $x + 2iy = 5$.

F) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + y = 0, \quad \sigma_k : 2x - z = 2,$$

$$\theta_k : kx + (k + 2)y + z = 0.$$

G) Si determini per quali valori di k (se esistono) la polare del punto $(1, 1)$ rispetto la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ è la retta $y = -\frac{1}{2}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 - k & 1 \\ k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

B) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} y + (1 - k)z = 0 \\ x + 2y + 3z = 2k + 1 \\ (k + 1)x + z = 1 \end{cases} .$$

C) Si determinino due rette sghembe r, s a distanza 1 contenute rispettivamente nei piani $\pi : x + 3y + 2z = 0$ e $\sigma : x - y - z = 3$.

D) In \mathbb{R}^3 dotato del prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$ si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale $W := \mathcal{L}((0, 1, 0), (1, 1, 1))$.

E) Si scriva l'equazione di una iperbole di centro $(1, 1)$ e con asintoti paralleli alle rette $x + y = 0$ ed $x - y = 0$.

F) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + z = 0, \quad \sigma_k : 2x - y = 2,$$

$$\theta_k : kx + y + (k + 2)z = 0.$$

G) Si determini per quali valori di k (se esistono) la polare del punto $(1, 1)$ rispetto la conica $\mathcal{C}_k : x^2 - 2xy + 2ky^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ è la retta $x = -\frac{1}{2}$.



Algebra e Geometria

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2k & 1 \\ -2 - 2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

B) Si determinino al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1 - k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k + 1 \\ x + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

C) Si determinino due rette sghembe r, s a distanza 2 contenute rispettivamente nei piani $\pi : x + y + z = 0$ e $\sigma : x + y - z = 2$.

D) In \mathbb{R}^3 dotato del prodotto scalare $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + 3x_2y_2 + 2x_3y_3$ si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale $W := \mathcal{L}((0, 0, 1), (1, 1, 1))$.

E) Si scriva l'equazione di una iperbole di centro $(0, 1)$ ed asintoti paralleli alle rette $x - 2y = 0$ e $x + y = 3$.

F) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\begin{aligned} \pi_k : x + y &= 0, & \sigma_k : 2x - z &= 2, \\ \theta_k : kx + (k + 2)y + z &= 0. \end{aligned}$$

G) Si determini per quali valori di k (se esistono) la polare del punto $(1, 1)$ rispetto la conica $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ è la retta $y = -\frac{1}{2}$.
