Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (0,0)$, $B = (2,0)$, $C = (0,2)$, $D = (2,2)$ ed $E_k = (1,k)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

B) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k := \begin{pmatrix} 4 & 3 & k \\ 3 & 4 & 1 \\ k & -k & 2 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e per tali valori si calcoli una matrice ortogonale diagonalizzante.

C) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

D) Si determini una base, se esiste, del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x - y = 1. \end{cases}$.

E) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1,1), (1,0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

F) Si scriva l'equazione di una parabola di asse la retta $x = y$.

G) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 3$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (-1, -1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (1, -1)$, $D = (1, 1)$ ed $E_k = (k, 0)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

B) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k := \begin{pmatrix} 4 & k & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & k-1 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e per tali valori si calcoli una matrice ortogonale diagonalizzante.

C) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

D) Si determini una base, se esiste, del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 2y = 2. \end{cases}$

E) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(-1, 1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

F) Si scriva l'equazione di una parabola di asse la retta $x + y = 0$.

G) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 3$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (0,0)$, $B = (2,0)$, $C = (0,2)$, $D = (2,2)$ ed $E_k = (k,1)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

B) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k := \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & k+3 & -1 \\ k & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e per tali valori si calcoli una matrice ortogonale diagonalizzante.

C) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

D) Si determini una base, se esiste, del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x - y = 1. \end{cases}$.

E) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1,-1), (0,1)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

F) Si scriva l'equazione di una ellisse con un asintoto paralleli alla retta $x + 2iy = 3$.

G) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} - a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

δ

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 03/04/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (-1, -1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (1, -1)$, $D = (1, 1)$ ed $E_k = (0, k)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

B) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k := \begin{pmatrix} k & 3 & 1 \\ k-1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e per tali valori si calcoli una matrice ortogonale diagonalizzante.

C) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

D) Si determini una base, se esiste, del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 2. \end{cases}$

E) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1, -1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

F) Si scriva l'equazione di una ellisse con un asintoto paralleli alla retta $x - 2iy = 3$.

G) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} + a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 6$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $A = (0,0)$, $B = (1,1)$, $C = (1,0)$, $D = (0,1)$ ed $E_k = (k,k)$ possono appartenere ad una conica irriducibile?

B) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ ammette il vettore $(1,1,0)$ come autovettore. La matrice risulta diagonalizzabile per tale valore di k?

C) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + 2y - kz + t = 3 \\ -y + z - t = k \\ x + 3y - (k+1)z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

D) Si determini una base ortogonale del complemento ortogonale del sottospazio $W := \{(x,y,z,t) \colon x+y+z = 0, x-t = 0\}$.

E) Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Tale prodotto è definito positivo?

F) In $\mathscr{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (2,3,4)$ e $Q = (-2,-1,2)$.

G) Si scrivano due rette sghembe r ed s contenute rispettivamente nei piani $\pi : x+y+z = 0$ e $\sigma : x + 2y - z = 4$.