



**Algebra e Geometria**

Secondo Appello - 06/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

- A) Si scriva un sistema lineare su  $\mathbb{R}$  in 2 equazioni e 3 incognite le cui soluzioni formano uno spazio vettoriale di dimensione 2.

---

---

- B) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , si determini l'equazione del piano  $\pi$  contenente la retta di equazione  $x + y = x + z = 0$  ed ortogonale al piano di equazione  $y - 2z = 0$ .

---

---

- C) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di un'ellissi passante per i punti  $[(2i, 1, 0)]$  e  $[(-2i, 1, 0)]$ .

---

---

- D) In  $\mathbb{R}^4$  si trovino, se esistono, i valori di  $k$  per cui l'intersezione dei sottospazi  $U_k = \mathcal{L}\{(1, 1, k, k + 1), (1, 0, 2, 1)\}$  e  $W = \{(\alpha, \beta, 0, 0) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$  abbia dimensione 1.

---

---

- E) In  $\mathbb{P}^3\mathbb{R}$ , si trovino, se esistono, tutti i valori del parametro reale  $k$  tale che l'intersezione tra i piani  $\pi: kx + y + (k + 1)z + 1 = 0$  e  $\sigma: k^2x + ky + 2z - 3 = 0$  sia contenuta nel piano improprio.

---

---

- F) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + 3x + x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, 1 - x^2, 1 + x^3, x - x^3)$ .

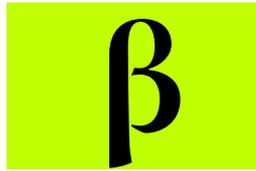
---

---

- G) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(1, 2)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Se esistono siffatti valori si determini qual è il corrispondente autovalore e qual è la dimensione dell'autospazio corrispondente.

---

---



**Algebra e Geometria**

Secondo Appello - 06/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva un sistema lineare su  $\mathbb{R}$  in 2 equazioni e 3 incognite che ammetta  $\infty^2$  soluzioni.

---

---

B) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , si determini l'equazione del piano  $\pi$  contenente la retta di equazione  $x - y = x + z = 0$  ed ortogonale al piano di equazione  $y + 2z = 0$ .

---

---

C) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di un'ellissi passante per i punti  $[(1, 2i, 0)]$  e  $[(1, -2i, 0)]$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^4$  si trovino, se esistono, i valori di  $k$  per cui l'intersezione dei sottospazi  $U_k = \mathcal{L}(\{(1, 1, k, k + 1), (1, 0, 2, 1)\})$  e  $W = \{(\alpha, 0, \beta, 0) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$  abbia dimensione 0.

---

---

E) In  $\mathbb{P}^3\mathbb{R}$ , si trovino, se esistono, tutti i valori del parametro reale  $k$  tale che l'intersezione tra i piani  $\pi: kx + y + (k + 1)z + 2 = 0$  e  $\sigma: k^2x + 2z + 3 = 0$  sia contenuta nel piano improprio.

---

---

F) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 - 3x + x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, 1 + x^3, x - x^3, 1 - x^2)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(3, 1)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} 2 & -k \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Se esistono siffatti valori si determini qual è il corrispondente autovalore e qual è la dimensione dell'autospazio corrispondente.

---

---



**Algebra e Geometria**

Secondo Appello - 06/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva un sistema lineare su  $\mathbb{R}$  in 3 equazioni e 3 incognite non compatibile.

---

---

B) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , si determini l'equazione del piano  $\pi$  contenente la retta di equazione  $x + y = x - z = 0$  ed ortogonale al piano di equazione  $y - z = 0$ .

---

---

C) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di una iperbole passante per i punti  $[(2, 2, 0)]$  e  $[(-2, 2, 0)]$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^4$  si trovino, se esistono, i valori di  $k$  per cui l'intersezione dei sottospazi  $U_k = \mathcal{L}(\{(k - 1, 1, k + 1, 1), (0, 0, -1, 1)\})$  e  $W = \{(0, \alpha, \beta, 0) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$  abbia dimensione 1.

---

---

E) In  $\mathbb{P}^3\mathbb{R}$ , si trovino, se esistono, tutti i valori del parametro reale  $k$  tale che l'intersezione tra i piani  $\pi: kx + ky + (k + 1)z - 1 = 0$  e  $\sigma: k^2x + z + 3 = 0$  sia contenuta nel piano improprio.

---

---

F) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + x + 3x^3$  rispetto alla base ordinata  $(1 + x^3, x - x^3, x^2, 1 - x^2)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(-3, 1)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} 2k & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Se esistono siffatti valori si determini qual è il corrispondente autovalore e qual è la dimensione dell'autospazio corrispondente.

---

---



**Algebra e Geometria**

Secondo Appello - 06/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si scriva un sistema lineare su  $\mathbb{R}$  in 3 equazioni e 3 incognite che ammetta  $\infty^1$  soluzioni.

---

---

B) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , si determini l'equazione del piano  $\pi$  contenente la retta di equazione  $x - y = x - z = 0$  ed ortogonale al piano di equazione  $y + z = 0$ .

---

---

C) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di una iperbole passante per i punti  $[(i, 0, 0)]$  e  $[(0, 2, 0)]$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^4$  si trovino, se esistono, i valori di  $k$  per cui l'intersezione dei sottospazi  $U_k = \mathcal{L}(\{(1, 1, k + 1, k - 1), (1, 1, -1, 1)\})$  e  $W = \{(\alpha, 0, 0, \beta) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$  abbia dimensione 0.

---

---

E) In  $\mathbb{P}^3\mathbb{R}$ , si trovino, se esistono, tutti i valori del parametro reale  $k$  tale che l'intersezione tra i piani  $\pi: kx + y + (k + 1)z + 1 = 0$  e  $\sigma: k^2x + ky - 3 = 0$  sia contenuta nel piano improprio.

---

---

F) Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$  dei polinomi di grado  $\leq 3$ , si scrivano le componenti del vettore  $1 + x + 3x^3$  rispetto alla base ordinata  $(x^2, x - x^3, 1 - x^2, 1 + x^3)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(2, -1)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Se esistono siffatti valori si determini qual è il corrispondente autovalore e qual è la dimensione dell'autospazio corrispondente.

---

---