Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : kx + y = k + 1, \qquad \sigma_k : (1-k)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + kz = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0, 2i, 1)]$, $[(0, -3i, 0)]$, $[(0, i, 1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$2x + 3y - 4z + t = 0, \quad x + y + 3z - t = 0, \quad y - 2z + 2t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 14$ e $\dim(W) = 11$. Si determinino le possibili dimensioni di $V \cap W$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 \colon x = 2y + 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((k, k, 0), (0, 1, k+1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + W_k$ è diretta.

G) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & k+1 & 3k \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (k+2)x + y = k+3, \qquad \sigma_k : (k+1)x - 2z = 1, \qquad \theta_k : x + y + (k+2)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,-1,1)]$, $[(0,-i,0)]$, $[(0,i,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y - z = 0, \quad 2x + 3y + t = 0, \quad y + 2z + t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 14$ e $\dim(W) = 11$. Si determinino le possibili dimensioni di $V + W$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x,0,z) \in \mathbb{R}^3 \colon z = 2x - 1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((k,0,-k),(1,k-2,2))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + W_k$ è diretta.

G) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & k-1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (k-2)x + y = k-1, \qquad \sigma_k : (3-k)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + (k-2)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,2,1)]$, $[(2+i, 1+i, 0)]$, $[(0,1,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y + z - 2t = 0, \quad 2y + 3z + t = 0, \quad x + 3y + 4z - t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 8$ e $\dim(W) = 12$. Si determinino le possibili dimensioni di $V \cap W$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(0,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3y+1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((0,k,-k),(k+2,5,0))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + W_k$ è diretta.

G) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & k-1 & k \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

δ

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (2-k)x + y = 3-k, \qquad \sigma_k : (k-1)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + (2-k)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,1,1)]$, $[(0,i,0)]$, $[(0,i,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$3x + 2z + t = 0, \quad 2y - z + t = 0, \quad 3x + 4y + 3t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 8$ e $\dim(W) = 13$. Si determinino le possibili dimensioni di $V + W$.

F) Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U := \mathcal{L}(X)$ ove $X = \{(x,0,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 3x+1\}$ ed $Y_k = \mathcal{L}((2k-2, 0, k-1), (0, k-3, 1))$. Si determini per quali valori di k la somma $U + W_k$ è diretta.

G) Si determini per quali valori di k la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 2k & k+2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.