



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Sesto Appello - 31/08/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 , sia U il sottospazio generato dalle soluzioni del sistema lineare $x + y + z - 1 = y + z + t = 0$. Si determini un sottospazio W tale che $\dim W = 3$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

- B) Nello spazio vettoriale $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ rispetto alla sequenza $\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$.

- C) Sia C_k la conica di equazione $kx_1^2 + x_2^2 + 2kx_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$.

(a) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica C_k è un'ellissi.

(b) Posto $k = 1/2$, si scriva l'equazione del fascio di rette il cui centro è il centro di C_k .

- D) Si scrivano due rette sghembe r ed s contenute rispettivamente nei piani $\pi: x + y - z = 2$ e $\sigma: x - y - z = 3$.

- E) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$2x + 3y - 4z + t = 0, \quad x + y + 3z - t = 0, \quad y - 2z + 2t = 0.$$

- F) Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $(k, k + 1, 1)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Per ciascuno di tali valori, si determini l'autovalore corrispondente e la sua molteplicità geometrica.

- G) Si trovino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che i tre piani $-x + y + z = 1$, $ky - kz = 1$ e $x + 3y - 5z = 1$ formino una stella impropria.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Sesto Appello - 31/08/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 , sia U il sottospazio generato dalle soluzioni del sistema lineare $x - y + z - 1 = y - z + t = 0$. Si determini un sottospazio W tale che $\dim W = 2$ e $\dim(U \cap W) = 1$.

- B) Nello spazio vettoriale $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla sequenza $\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \right)$.

- C) Sia C_k la conica di equazione $2kx_1^2 + x_2^2 + 2kx_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$.

(a) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica C_k è un'iperbole.

(b) Posto $k = 3$, si scriva l'equazione del fascio di rette il cui centro è il centro di C_k .

- D) Si scrivano due rette sghembe r ed s contenute rispettivamente nei piani $\pi: x - y + 3z = 0$ e $\sigma: x - y + 3z = 4$.

- E) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$3x + 2z + t = 0, \quad 2y - z + t = 0, \quad 3x + 4y + 3t = 0.$$

- F) Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $(k, k, 1)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Per ciascuno di tali valori, si determini l'autovalore corrispondente e la sua molteplicità geometrica.

- G) Si trovino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che i tre piani $x - z = 0$, $2x + ky + (k + 2)z = 1$ e $-x + 4y + 3z = 1$ formino una stella impropria.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Sesto Appello - 31/08/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 , sia U il sottospazio generato dalle soluzioni del sistema lineare $x - y - z = y + z + t + 1 = 0$. Si determini un sottospazio W tale che $\dim W = 3$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

- B) Nello spazio vettoriale $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ rispetto alla sequenza $\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$.

- C) Sia C_k la conica di equazione $kx_1^2 + x_2^2 + 2k^2x_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$.

(a) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica C_k è una parabola.

(b) Posto $k = 1$, si scriva l'equazione del fascio di rette il cui centro è il vertice di C_k .

- D) Si scrivano due rette sghembe r ed s contenute rispettivamente nei piani $\pi: x + y + z = 0$ e $\sigma: x + 2y - z = 4$.

- E) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y - z = 0, \quad 2x + 3y + t = 0, \quad y + 2z + t = 0.$$

- F) Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $(k, k, 2)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Per ciascuno di tali valori, si determini l'autovalore corrispondente e la sua molteplicità geometrica.

- G) Si trovino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che i tre piani $-x + y + z = 1$, $2y - 2z = 1$ e $kx + (k + 2)y - 5z = 0$ formino una stella impropria.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Sesto Appello - 31/08/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 , sia U il sottospazio generato dalle soluzioni del sistema lineare $x + y + z = y + z + t = 0$. Si determini un sottospazio W tale che $\dim W = 2$ e $\dim(U \cap W) = 1$.

- B) Nello spazio vettoriale $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla sequenza $\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$.

- C) Sia C_k la conica di equazione $kx_1^2 + x_2^2 + 2kx_1x_2 - 2x_2x_3 = 0$.

(a) Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica C_k è un'iperbole.

(b) Posto $k = 2$, si scriva l'equazione del fascio di rette il cui centro è il centro di C_k .

- D) Si scrivano due rette sghembe r ed s contenute rispettivamente nei piani $\pi: x - y + 3z = 0$ e $\sigma: x - y + 3z = 4$.

- E) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y + z - 2t = 0, \quad 2y + 3z + t = 0, \quad x + 3y + 4z - t = 0.$$

- F) Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $(k + 1, k, 1)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Per ciascuno di tali valori, si determini l'autovalore corrispondente e la sua molteplicità geometrica.

- G) Si trovino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che i tre piani $x - z = 0$, $2x + 2y + 2z = 1$ e $(k + 2)x + 4y + kz = 1$ formino una stella impropria.
