



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determinino i valori del parametro  $k \in \mathbb{R}$  tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 - 2k & 1 \\ 2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

---

---

B) Si determinino al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1 - k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k + 1 \\ x + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

---

---

C) Si determinino due rette sghembe  $r, s$  a distanza 1 contenute rispettivamente nei piani  $\pi : x + y + z = 0$  e  $\sigma : x + y - z = 2$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 0, 1))$ .

---

---

E) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di una iperbole passante per i punti  $[(i, 0, 0)]$  e  $[(0, 2, 0)]$ .

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + z = 0, \quad \sigma_k : 2x - y = 2,$$

$$\theta_k : kx + y + (k + 2)z = 0.$$

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  (se esistono) la polare del punto  $(1, 1)$  rispetto la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  è la retta  $y = -\frac{1}{2}$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determinino i valori del parametro  $k \in \mathbb{R}$  tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ -2 - k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

---

---

B) Si determinino al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} (1 - k)x + y = 0 \\ 3x + 2y + z = 2k + 1 \\ x + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

---

---

C) Si determinino due rette sghembe  $r, s$  a distanza 2 contenute rispettivamente nei piani  $\pi : 2x + 2y + 2z = 1$  e  $\sigma : 3x - 3y + 3z = 5$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((1, 0, 0), (1, 1, 1))$ .

---

---

E) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di un'ellissi passante per i punti  $[(2i, 1, 0)]$  e  $[(-2i, 1, 0)]$ .

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la posizione reciproca dei piani

$$\begin{aligned} \pi_k : x + y &= 0, & \sigma_k : 2x - z &= 2, \\ \theta_k : kx + (k + 2)y + z &= 0. \end{aligned}$$

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  (se esistono) la polare del punto  $(1, 1)$  rispetto la conica  $\mathcal{C}_k : x^2 - 2xy + 2ky^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  è la retta  $x = -\frac{1}{2}$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determinino i valori del parametro  $k \in \mathbb{R}$  tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2k & 1 \\ -2-2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

---

---

B) Si determinino al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + (1 - k)y = 0 \\ 2x + 3y + z = 2k + 1 \\ y + (k + 1)z = 1 \end{cases} .$$

---

---

C) Si determinino due rette sghembe  $r, s$  a distanza 2 contenute rispettivamente nei piani  $\pi : x + y + z = 0$  e  $\sigma : x + y - z = 2$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := 2x_1y_1 + x_2y_2 + 3x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((0, 1, 0), (1, 1, 1))$ .

---

---

E) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di una iperbole passante per i punti  $[(2, 2, 0)]$  e  $[(-2, 2, 0)]$ .

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + y = 0, \quad \sigma_k : 2y - z = 2,$$

$$\theta_k : (k + 2)x + ky + z = 0.$$

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  (se esistono) la polare del punto  $(1, 1)$  rispetto la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  è la retta  $y = -\frac{1}{2}$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Quarto Appello - 16/06/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determinino i valori del parametro  $k \in \mathbb{R}$  tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2-k & 1 \\ k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

---

---

B) Si determinino al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  la compatibilità ed il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} y + (1-k)z = 0 \\ x + 2y + 3z = 2k + 1 \\ (k+1)x + z = 1 \end{cases} .$$

---

---

C) Si determinino due rette sghembe  $r, s$  a distanza 1 contenute rispettivamente nei piani  $\pi : x+3y+2z = 0$  e  $\sigma : x-y-z = 3$ .

---

---

D) In  $\mathbb{R}^3$  dotato del prodotto scalare  $\mathbf{x} \star \mathbf{y} := x_1y_1 + 3x_2y_2 + 2x_3y_3$  si determini un complemento ortogonale dello spazio vettoriale  $W := \mathcal{L}((0, 0, 1), (1, 1, 1))$ .

---

---

E) Si scriva in  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  l'equazione di un'ellissi passante per i punti  $[(1, 2i, 0)]$  e  $[(1, -2i, 0)]$ .

---

---

F) Al variare del parametro reale  $k$  si determini la posizione reciproca dei piani

$$\begin{aligned} \pi_k : x + y &= 0, & \sigma_k : 2x - z &= 2, \\ \theta_k : kx + (k+2)y + z &= 0. \end{aligned}$$

---

---

G) Si determini per quali valori di  $k$  (se esistono) la polare del punto  $(1, 1)$  rispetto la conica  $\mathcal{C}_k : x^2 - 2xy + 2ky^2 + 2x + 2y + (k-1) = 0$  è la retta  $x = -\frac{1}{2}$ .

---

---