Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

B) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (0,0)$, $B = (2,0)$, $C = (0,2)$, $D = (2,2)$ ed $E_k = (k,1)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 3 \end{cases} .$$

D) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(-1,1), (1,0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

E) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ ammetta ∞^2 soluzioni.

F) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} + a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 6$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

B) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (-1, -1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (1, -1)$, $D = (1, 1)$ ed $E_k = (k, 0)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 1 \\ 2x - 2y - z = 3 \end{cases} .$$

D) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1, 1), (1, 0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

E) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ sia sottospazio vettoriale.

F) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 3$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

B) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (-1,-1)$, $B = (-1,1)$, $C = (1,-1)$, $D = (1,1)$ ed $E_k = (0,k)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} .$$

D) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1,-1), (1,0)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

E) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} - a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Terzo Appello - 03/04/2023

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

B) Sia $\mathscr{C}_k$ la conica passante per i 5 punti $A = (0,0)$, $B = (2,0)$, $C = (0,2)$, $D = (2,2)$ ed $E_k = (1,k)$. Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathscr{C}_k$ è riducibile.

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 1 \\ 2x - 2y - z = 3 \end{cases} .$$

D) Si determini un prodotto scalare $\star : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $(1,-1), (0,1)$ sia una base ortonormale rispetto ad esso.

E) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

F) In $\mathbb{R}^{2,3}$ sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} : a_{11} + a_{13} = 0, a_{22} - a_{12} = 0 \right\}$. Si determini un sottospazio U tale che $\dim(U + W) = 5$ e $\dim(U \cap W) = 3$.