



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Secondo Appello - 03/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x - y + z = 0, x - kz = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, k, 1, 0), (k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

B) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{23}, b_1) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ non ammette soluzione?

C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{C})$ si determinino equazioni reali del luogo r dei punti reali del piano $\pi : x + 2iy + z - 3 = 0$. Quali sono i punti impropri di r ?

D) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x - ky + 2z + t = 3 \\ y - z - t = k \\ x - (k + 1)y + 3z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

E) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ determini una retta ortogonale al piano $3x + 2y - z + 22 = 0$.

F) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ la matrice complessa $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

G) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $x = 0$.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Secondo Appello - 03/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - t = 0, x - ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, 0, k), (k, 1, 0, 1))$ sono in somma diretta.

- B) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ ammette ∞^2 soluzioni?

- C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{C})$ si determinino equazioni reali del luogo r dei punti reali del piano $\pi : x + (i - 2)y + 5z - 3 = 0$. Quali sono i punti impropri di r ?

- D) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} 3x + 2y - kz + t = 3 \\ x - y + z - t = k \\ 5y - (k + 3)z + 4t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

- E) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ determini una retta ortogonale al piano $x + y - 2z + 5 = 0$.

- F) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ la matrice complessa $\begin{pmatrix} 0 & 1 & k \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

- G) Si scriva l'equazione di una conica passante per il punto $(1, i)$.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Secondo Appello - 03/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x - ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, k, 0), (k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

- B) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$ ed i vettori $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ed $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Si determini per quali valori di $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$ il sistema lineare $AX = B$ ammette ∞^1 soluzioni?

- C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{C})$ si determinino equazioni reali del luogo r dei punti reali del piano $\pi : ix + y - 2z - 3i = 0$. Quali sono i punti impropri di r ?

- D) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + 2y - kz + t = 3 \\ -y + z - t = k \\ x + 3y - (k + 1)z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

- E) Si determinino due rette sghembe in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ contenute nei piani paralleli $\pi : x - y - z = 2$ e $\pi' : x - y - z = 4$.

- F) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ la matrice complessa $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

- G) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $y = 0$.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Secondo Appello - 03/02/2023

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x + ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, -k, 0), (-k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

- B) Si scriva una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto il prodotto scalare di matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- C) Al variare del parametro reale k si consideri la quadrica di equazione $Q_k : kxy + z^2 + x + y = 0$. Si determini la natura di Q_k ed i suoi eventuali punti multipli.

- D) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + ky + 2z + t = 3 \\ y - z + t = k \\ x + (k + 1)y + z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

- E) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ si determini un piano ortogonale al piano $\pi : x + 3y + 2z = 0$ passante per il punto $P = (1, 3, 0)$.

- F) Si determini per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ la matrice complessa $\begin{pmatrix} 0 & 1 & k \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

- G) Si scriva l'equazione di una conica passante per il punto $(-i, 1)$.
