Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

$\alpha$

# Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2023

| Cognome | Nome |
|---|---|
| Corso di Laurea | Matricola |

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

## Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (k-2)x + y = k-1, \qquad \sigma_k : (3-k)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + (k-2)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,2,1)]$, $[(2+i, 1+i, 0)]$, $[(0,1,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$2x + 3y - 4z + t = 0, \quad x + y + 3z - t = 0, \quad y - 2z + 2t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 8$ e $\dim(W) = 12$. Si determinino le possibili dimensioni di $V \cap W$.

F) Sia $f : V_3(\mathbb{R}) \to V_4(\mathbb{R})$ una funzione lineare. Se $\operatorname{rank}(f) = 2$, quali sono i possibili valori di $\operatorname{null}(f) = \dim(\ker(f))$ ?

G) Si determini per quali valori di $k$ la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & k+1 & 3k \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

# Università degli Studi di Brescia
# Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

## Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2023

| Cognome | Nome |
|---|---|
| Corso di Laurea | Matricola |

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

### Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : kx + y = k + 1, \qquad \sigma_k : (1-k)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + kz = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0, 2i, 1)]$, $[(0, -3i, 0)]$, $[(0, i, 1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$3x + 2z + t = 0, \quad 2y - z + t = 0, \quad 3x + 4y + 3t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 14$ e $\dim(W) = 11$. Si determinino le possibili dimensioni di $V + W$.

F) Sia $f : V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ una funzione lineare. Se $\operatorname{rank}(f) = 2$, quali sono i possibili valori di $\operatorname{null}(f) = \dim(\ker(f))$ ?

G) Si determini per quali valori di $k$ la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2 & k-1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

# Università degli Studi di Brescia
# Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

## Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2023

| Cognome | Nome |
| --- | --- |
| Corso di Laurea | Matricola |

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

### Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (k+2)x + y = k+3, \qquad \sigma_k : (k+1)x - 2z = 1, \qquad \theta_k : x + y + (k+2)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,1,1)]$, $[(0,i,0)]$, $[(0,i,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y + z - 2t = 0, \quad 2y + 3z + t = 0, \quad x + 3y + 4z - t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \le \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 14$ e $\dim(W) = 11$. Si determinino le possibili dimensioni di $V \cap W$.

F) Sia $f : V_2(\mathbb{R}) \to V_4(\mathbb{R})$ una funzione lineare. Se $\mathrm{rank}(f) = 2$, quali sono i possibili valori di $\mathrm{null}(f) = \dim(\ker(f))$ ?

G) Si determini per quali valori di $k$ la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 2k & k+2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

# Università degli Studi di Brescia
# Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

## Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2023

| Cognome | Nome |
|---|---|
| Corso di Laurea | Matricola |

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

### Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : (2-k)x + y = 3-k, \qquad \sigma_k : (k-1)x + 2z = -1, \qquad \theta_k : x + y + (2-k)z = 2.$$

B) Si determini l'equazione di una conica in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ per i punti $[(0,-1,1)]$, $[(0,-i,0)]$, $[(0,i,1)]$. Quante ce ne sono?

C) Si determini una base del complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$x + y - z = 0, \quad 2x + 3y + t = 0, \quad y + 2z + t = 0.$$

D) Si scrivano le componenti del vettore $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$ rispetto la base ordinata

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right).$$

E) Siano $V, W \leq \mathbb{C}^{3,6}$ con $\dim(V) = 8$ e $\dim(W) = 13$. Si determinino le possibili dimensioni di $V + W$.

F) Sia $f : V_4(\mathbb{R}) \to V_2(\mathbb{R})$ una funzione lineare. Se $\mathrm{rank}(f) = 2$, quali sono i possibili valori di $\mathrm{null}(f) = \dim(\ker(f))$ ?

G) Si determini per quali valori di $k$ la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 3 & k-1 & k \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e si calcoli (nel caso) una matrice diagonalizzante per essa.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE


# Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 09/01/2023

| COGNOME | NOME |
|---|---|
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

## Quesiti

A) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

B) In $\mathbb{R}^4$ determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_1, e_1 + e_2, e_3, e_4)$.

C) Si determini per quali valori del parametro reale $k$ il sistema lineare $\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ 2x - 2z = 0 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$ ammette $\infty^1$ soluzioni.

D) Si deterimini per quali valori del parametro reale $k$ il vettore $(1, -1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di $k$ qual è il corrispondente autovalore?

E) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 3 \end{cases} .$$

F) Si determini una retta a distanza $d = 1$ dal piano $\pi : x - 2y + 2z = 0$.

G) Si determini al variare del parametro reale $k$ la dimensione dell'intersezione dei due sottospazi vettoriali

$$U = \mathcal{L}((1, 1, k, 1), (0, 1, 1, 0)), \quad W = \mathcal{L}((1, 0, 0, 1), (1, 0, 1 - k, 0)).$$