Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 1/07/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

B) Al variare del parametro reale k si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = k + 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2k^2 - 2 \end{cases}$.

C) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + z = 0, \qquad \sigma_k : 2x - y = 2,$$

$$\theta_k : kx + y + (k+2)z = 0.$$

D) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (e_1, 2e_2, e_1 + e_3)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + z = 0$.

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 3k & 1 \\ k+1 & k+3 & 2k \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ si scriva una conica generale rispetto la quale i punti $(-1, 1)$ e $(1, 1)$ sono coniugati.

G) Si determini e classifichi, se esiste, una quadrica irriducibile con $\mathcal{C}_\infty : x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_3^2 = 0 = x_4$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

β

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 1/07/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ ammetta ∞^2 soluzioni.

B) Al variare del parametro reale k si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = (k+1) \\ x + y + z = k^2 - 1 \end{cases}$.

C) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + y = 0, \qquad \sigma_k : 2y - z = 2,$$

$$\theta_k : (k+2)x + ky + z = 0.$$

D) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (e_1, e_2, e_1 + e_3)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + 2z = 0$.

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 & k-1 \\ 2k & k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$ abbia 0 come autovalore di molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ si scriva una conica generale rispetto la quale i punti $(1,0)$ e $(0,1)$ sono coniugati.

G) Si determini e classifichi, se esiste, una quadrica irriducibile con $\mathcal{C}_\infty : x_1^2 + 4x_2^2 = 0 = x_4$.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Quinto Appello - 1/07/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{pmatrix}$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ sia sottospazio vettoriale.

B) Al variare del parametro reale k si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = k \\ x + y + z = 2k \\ x + z = k \end{cases}$.

C) Al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei piani

$$\pi_k : x + y = 0, \qquad \sigma_k : 2x - z = 2,$$

$$\theta_k : kx + (k+2)y + z = 0.$$

D) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (2e_1, e_2, e_1 + e_2)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + z = 0$.

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & k-1 \\ k & 2k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ si scriva una conica generale rispetto la quale i punti $(1, 1)$ e $(0, -1)$ sono coniugati.

G) Si determini e classifichi, se esiste, una quadrica irriducibile con $\mathcal{C}_\infty : x_1^2 - 4x_2^2 = 0 = x_4$.