Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Primo test intermedio - 05/11/2021

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + ky + 2z + t = 3 \\ y - z + t = k \\ x + (k+1)y + z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 2 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(1, -1, 0, 1)$.

C) Scrivete una matrice 4×4 diagonalizzabile ma non diagonale, avente un autovalore uguale 0 di molteplicità algebrica 2. Determinare l'autospazio dell'autovalore 0.

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x, x^2, x^3, x^4 - x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a $\mathfrak{B}$.

E) Si determinino i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ non sia diagonalizzabile; posto $k = 3$ si calcolino gli autospazi.

F) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 12$ e $\dim(W) = 14$.

G) Si determini al variare del parametro reale k la dimensione dell'intersezione dei due sottospazi vettoriali

$$U = \mathcal{L}((1, 1, k, 0), (0, 1, 1, 0)), \quad W = \mathcal{L}((1, 0, 0, 0), (1, 0, 1 - k, 0)).$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

β

Algebra e Geometria

Primo test intermedio - 05/11/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x - ky + 2z + t = 3 \\ y - z - t = k \\ x - (k+1)y + 3z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(0, -1, 0, 1)$.

C) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} -2 & k \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k, qual è il corrispondente autovalore?

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x^2, x, x^3, x^4 + x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a $\mathfrak{B}$.

E) Si determinino i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & k & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ammetta un autospazio di dimensione 2. Si calcolino per tale valore di k gli autospazi.

F) In $\mathbb{R}^{5,4}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 10$ e $\dim(W) = 14$.

G) Si determini al variare del parametro reale k la dimensione della somma dei due sottospazi vettoriali $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - kz = 0, x - t = 0\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : kx + y - kz - t = 0, 2x - 2t = 0\}$.

γ

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Primo test intermedio - 05/11/2021

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + 2y - kz + t = 3 \\ -y + z - t = k \\ x + 3y - (k+1)z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 2 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(1, 0, 0, 1)$.

C) Si determini per quali valori di k il vettore $(1, 1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k, qual è il corrispondente autovalore?

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x, 1, x^2, x^3, x^4 - x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a $\mathfrak{B}$.

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & k-1 \\ k & 2k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 15$ e $\dim(W) = 6$.

G) Si determini al variare del parametro reale k la dimensione dell'intersezione dei due sottospazi vettoriali

$$U = \mathcal{L}((1, 1, k, 1), (0, 1, 1, 0)), \quad W = \mathcal{L}((1, 0, 0, 1), (1, 0, 1-k, 0)).$$

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

δ

Algebra e Geometria

Primo test intermedio - 05/11/2021

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} 3x+2y-kz+t=3 \\ x-y+z-t=k \\ 5y-(k+3)z+4t=4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(0,1,0,1)$.

C) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v=(0,-2)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B}=(x^2,x,1,x^3,x^4+x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di x^4+x^2+2 rispetto a $\mathfrak{B}$.

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 3k & 1 \\ k+1 & k+3 & 2k \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathbb{R}^{6,3}$ si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U)=9$ e $\dim(W)=12$.

G) Si determini al variare del parametro reale k la dimensione della somma dei due sottospazi vettoriali $U=\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x+y-kz=0, x-t=0\}$ e $W=\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : kx+y-kz-t=0, 2x-2t=0\}$.