Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + (k-1)y + z = k+1 \\ y - z + t = 1 - k \\ x - y + (k+1)z + t = 1 \end{cases}$$

B) In $\mathbb{R}^{6,3}$ si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 9$ e $\dim(W) = 12$.

C) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2k & 1 \\ -2-2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

D) Si determini una retta a distanza $d = 5$ dal piano $\pi : 2x - 2y + z = 0$.

E) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (0, 1, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

F) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione della retta $x + 2z + 1 = 0 = x - 2$.

G) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$ due rette in $A_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

β

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + (2k-1)y + z = 2k+1 \\ y - z + t = 1 - 2k \\ x - y + (2k+1)z + t = 1 \end{cases}$$

B) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 15$ e $\dim(W) = 6$.

C) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2-k & 1 \\ k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

D) Si determini una retta a distanza $d = 2$ dal piano $\pi : x + 2y + 2z = 0$.

E) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, -1, 1)$ sul vettore $w = (1, 1, 0)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

F) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione della retta $x - 2y + 1 = 0 = y - 2$.

G) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ due rette in $A_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Quarto Appello - 17/06/2022

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + (k-1)y + z = 1 \\ x - y - t = 1 - k \\ (k+1)x - y + z + t = 1 \end{cases}$$

B) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 12$ e $\dim(W) = 14$.

C) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ -2-k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

D) Si determini una retta a distanza $d = 1$ dal piano $\pi : x - 2y + 2z = 0$.

E) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (1, 0, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

F) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione della retta $x + 2y = 0 = z + 3$.

G) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ due rette in $A_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.