



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 12/04/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}(\mathbb{R}^4)$ si determini la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \quad \sigma_k : 6x_1 + (k+3)x_2 + (k+1)x_3 + (2k+4)x_4 = 0,$$

$$\theta_k : 9x_1 + (k+5)x_2 + (k+2)x_3 + (2k+7)x_4 = 0.$$

B) Si determini in \mathbb{R}^4 un complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $x+y-z=0=2x+5y-7z$.

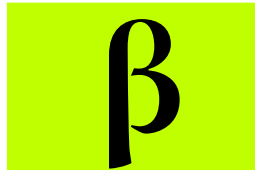
C) Si determini una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k la matrice $\begin{pmatrix} 2 & k & 0 \\ -k & 2 & 1 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e in tale caso si calcoli una matrice diagonalizzante ortogonale.

E) Si scrivano le equazioni di due rette sghembe in $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ a distanza 2.

F) Si scriva l'equazione di un iperboloide iperbolico la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2 = 0$.

G) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta $3x - 2y = 6$.



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 12/04/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}(\mathbb{R}^4)$ si determini la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \quad \sigma_k : 2x_1 + 2(k+2)x_2 + kx_3 + (6k-8)x_4 = 0,$$

$$\theta_k : 3x_1 + (k+4)x_2 + (k+1)x_3 + (6k-6)x_4 = 0.$$

B) Si determini in \mathbb{R}^4 un complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $3x - 2y - 7z + 5t = 0 = 4x + 5y - 7t$.

C) Si determini una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k la matrice $\begin{pmatrix} 2 & k & 0 \\ -k & -2 & 2 \\ 0 & 2 & k \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e in tale caso si calcoli una matrice diagonalizzante ortogonale.

E) Si scrivano le equazioni di due rette sghembe in $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ a distanza 4.

F) Si scriva l'equazione di un iperboloide ellittico la cui conica impropria C_∞ ha equazione $x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_3 - x_3^2 = 0$.

G) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta $3x + 2y = 2$.



Algebra e Geometria

Terzo Appello - 12/04/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) In $\mathbb{P}(\mathbb{R}^4)$ si determini la posizione reciproca dei tre piani

$$\pi_k : x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \quad \sigma_k : (k-1)x_1 + (k+1)x_2 + 2x_3 + (6k-14)x_4 = 0,$$

$$\theta_k : kx_1 + (k+3)x_2 + 3x_3 + (6k-12)x_4 = 0.$$

B) Si determini in \mathbb{R}^4 un complemento ortogonale dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $12x - 6y - 3z + 9t = 0 = 4x + 2y - 4t$.

C) Si determini una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k la matrice $\begin{pmatrix} -1 & k & 0 \\ -k & 1 & 1 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile e in tale caso si calcoli una matrice diagonalizzante ortogonale.

E) Si scrivano le equazioni di due rette sghembe in $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ a distanza 3.

F) Si scriva l'equazione di un paraboloido ellittico la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + x_3^2 = 0$.

G) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta $x - y = 3$.
