



Algebra e Geometria
Secondo Appello - 09/02/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare, precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + (k - 1)y + 2z = 0 \\ x + (1 + k)z = k + 1 \\ x + y = -2. \end{cases}$$

- B) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x - ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, k, 0), (k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

- C) In \mathbb{R}^3 si determini un complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema $x + y - 1 = 0 = x + z + 1$.

- D) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

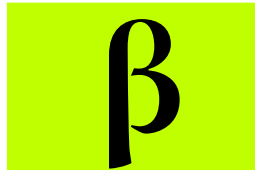
$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ -2 - k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

- E) In $\widetilde{\mathcal{A}_3(\mathbb{C})}$ si determinino tutte le rette reali del piano di equazione $x + 3y + z = -2i$.

- F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $C_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x + y = 3$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

- G) Si studi, al variare del parametro reale k la natura della quadrica di equazione $Q_k : kx^2 + y^2 + 2(k + 1)xz - 2y = 0$, determinandone gli eventuali punti doppi.



Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare, precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + (k + 1)y + 2z = 0 \\ x + (3 + k)z = k + 3 \\ x + y = -2. \end{cases}$$

- B) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x - y + z = 0, x - kz = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, k, 1, 0), (k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

- C) In \mathbb{R}^3 si determini un complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema $2x + 3y - 3 = 0 = x + 2z + 2$.

- D) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2k & 1 \\ -2 - 2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

- E) In $\widetilde{\mathcal{A}_3(\mathbb{C})}$ si determinino tutte le rette reali del piano di equazione $x - 3y - z = 1 + i$.

- F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $C_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha asintoti paralleli alla retta $x - y = 5$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

- G) Si studi, al variare del parametro reale k la natura della quadrica di equazione $Q_k : x^2 - 2x + ky^2 + 2(k + 1)yz = 0$, determinandone gli eventuali punti doppi.



Algebra e Geometria
Secondo Appello - 09/02/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare, precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x - (k + 1)y - 2z = 0 \\ x - (3 + k)z = k + 3 \\ x - y = -2. \end{cases}$$

- B) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - t = 0, x - ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, 0, k), (k, 1, 0, 1))$ sono in somma diretta.

- C) In \mathbb{R}^3 si determini un complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema $x + y - 2 = 0 = x + z + 2$.

- D) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

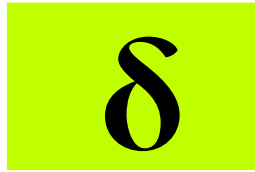
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 - 2k & 1 \\ 2k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

- E) In $\widetilde{\mathcal{A}_3(\mathbb{C})}$ si determinino tutte le rette reali del piano di equazione $x + 3y + zi = 4 + i$.

- F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $C_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x + 2y = -1$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

- G) Si studi, al variare del parametro reale k la natura della quadrica di equazione $Q_k : 2(k + 1)xy + ky^2 + z^2 - 2z = 0$, determinandone gli eventuali punti doppi.



Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si discuta al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la compatibilità del seguente sistema lineare, precisandone il numero delle soluzioni

$$\begin{cases} x + 2y + (k - 1)z = 0 \\ x + (1 + k)y = k + 1 \\ x + z = -2. \end{cases}$$

- B) In \mathbb{R}^4 determini per quali valori del parametro reale k i sottospazi $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x + ky = 0\}$ e $W_k = \mathcal{L}((1, 1, -k, 0), (-k, 1, 1, 0))$ sono in somma diretta.

- C) In \mathbb{R}^3 si determini un complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema $2x + y - 2 = 0 = y + z - 2$.

- D) Si determinino i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 - k & 1 \\ k & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

sia ortogonalmente diagonalizzabile ed, in tale caso, una matrice ortogonale che la diagonalizzi.

- E) In $\widetilde{\mathcal{A}_3(\mathbb{C})}$ si determinino tutte le rette reali del piano di equazione $ix + 3iy + (2 + i)z = 1$.

- F) Si determini per quali valori del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la conica $C_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$ ha un asintoto parallelo alla retta $x - 2y = 1$. Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

- G) Si studi, al variare del parametro reale k la natura della quadrica di equazione $Q_k : 2(k + 1)xz + y^2 - 2y + kz^2 = 0$, determinandone gli eventuali punti doppi.