



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo test intermedio - 05/11/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + 2y - kz + t = 3 \\ -y + z - t = k \\ x + 3y - (k + 1)z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

- B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(0, -1, 0, 1)$.

- C) Scrivere, se esiste, una matrice 4×4 di rango 3 con 1, 2 fra gli autovalori o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

- D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x, x^2, x^3, x^4 - x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

- E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 3k & 1 \\ k+1 & k+3 & 2k \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

- F) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 15$ e $\dim(W) = 6$.

- G) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo test intermedio - 05/11/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

- A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + ky + 2z + t = 3 \\ y - z + t = k \\ x + (k + 1)y + z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

- B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 2 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(1, -1, 0, 1)$.

- C) Si scriva una matrice con autovalori 2 e 4 di molteplicità geometrica rispettivamente 1 e 1 e non diagonalizzabile.

- D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x^2, x, x^3, x^4 + x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

- E) Si determinino i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & k & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ammetta un autospazio di dimensione 2. Si calcolino per tale valore di k gli autospazi.

- F) In $\mathbb{R}^{6,3}$ si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 9$ e $\dim(W) = 12$.

- G) Al variare del parametro reale k si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = (k + 1) \\ x + y + z = k^2 - 1 \end{cases}$.



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo test intermedio - 05/11/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x - ky + 2z + t = 3 \\ y - z - t = k \\ x - (k + 1)y + 3z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(0, 1, 0, 1)$.

C) Scrivere una matrice 4×4 non diagonalizzabile che abbia come autovalori 0, 2, 3.

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x, 1, x^2, x^3, x^4 - x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

E) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & k-1 \\ k & 2k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$ abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

F) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 12$ e $\dim(W) = 14$.

G) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 1 \\ 2x - 2y - z = 3 \end{cases} .$$



Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo test intermedio - 05/11/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} 3x + 2y - kz + t = 3 \\ x - y + z - t = k \\ 5y - (k + 3)z + 4t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare omogeneo di 2 equazioni in 4 incognite che ammetta ∞^2 soluzioni ed abbia fra esse il vettore $(1, 0, 0, 1)$.

C) Si scriva, se esiste, una matrice 4×4 di rango 2 con 1, 2, 3 fra gli autovalori o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

D) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x^2, x, 1, x^3, x^4 + x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

E) Si determinino i valori del parametro reale k tali che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ non sia diagonalizzabile; posto $k = 3$ si calcolino gli autospazi.

F) In $\mathbb{R}^{5,4}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 10$ e $\dim(W) = 14$.

G) Al variare del parametro reale k si determini la dimensione della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x - y + z = k + 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2k^2 - 2 \end{cases}$.
