



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Primo Appello - 17/01/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 3 \end{cases} .$$

---

---

B) Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$  ed i vettori  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ed  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Si determini per quali valori di  $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$  il sistema lineare  $AX = B$  ammette  $\infty^1$  soluzioni?

---

---

C) Si scriva una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  rispetto il prodotto scalare di matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

---

---

D) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 3k & 1 \\ k+1 & k+3 & 2k \end{pmatrix}$  abbia come autovalore  $0$  con molteplicità geometrica  $2$ .

---

---

E) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta  $x - y = 3$ .

---

---

F) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(1, i, 0)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  la retta  $r : x + 2y = 0$  ed il punto  $P = (1, 1)$  sono coniugati rispetto la conica  $\mathcal{C}_k$  di equazione  $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Primo Appello - 17/01/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 1 \\ 2x - 2y - z = 3 \end{cases} .$$

---

---

B) Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$  ed i vettori  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ed  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Si determini per quali valori di  $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$  il sistema lineare  $AX = B$  ammette  $\infty^2$  soluzioni?

---

---

C) Si scriva una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  rispetto il prodotto scalare di matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ .

---

---

D) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & k-1 \\ k & 2k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$  abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

---

---

E) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta  $x + 2y = 4$ .

---

---

F) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(-1, 0, i)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  la retta  $r : x = 0$  ed il punto  $P = (1, 0)$  sono coniugati rispetto la conica  $C_k$  di equazione  $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Primo Appello - 17/01/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} .$$

---

---

B) Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$  ed i vettori  $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ed  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Si determini per quali valori di  $(a_{23}, b_1) \in \mathbb{R}^2$  il sistema lineare  $AX = B$  non ammette soluzione?

---

---

C) Si scriva una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  rispetto il prodotto scalare di matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

---

---

D) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 3k & 1 \\ k+1 & k+3 & 2k \end{pmatrix}$  abbia come autovalore  $0$  con molteplicità geometrica  $2$ .

---

---

E) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta  $3x - 2y = 6$ .

---

---

F) Si scriva una matrice  $A \in \mathbb{R}^{3,3}$  che abbia come autovettori  $v_1 = {}^t(1, 1, 1)$  e  $v_2 = {}^t(1, 0, 1)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  la retta  $r : y = 3$  ed il punto  $P = (0, 1)$  sono coniugati rispetto la conica  $\mathcal{C}_k$  di equazione  $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Primo Appello - 17/01/2022

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y - z = 3 \end{cases} .$$

---

---

B) Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a_{13} \\ 2 & 4 & a_{23} \end{pmatrix}$  ed i vettori  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ed  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Si determini per quali valori di  $(a_{13}, a_{23}) \in \mathbb{R}^2$  il sistema lineare  $AX = B$  ammette  $\infty^2$  soluzioni?

---

---

C) Si scriva una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  rispetto il prodotto scalare di matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

---

---

D) Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & k-1 \\ k & 2k & 2 \\ k+1 & k+4 & 3 \end{pmatrix}$  abbia come autovalore 0 con molteplicità geometrica 2.

---

---

E) Si determini una iperbole con un asintoto ortogonale alla retta  $x + 2y = 4$ .

---

---

F) Si scrivano le equazioni della retta reale di  $\mathcal{A}_3(\mathbb{C})$  passante per il punto  $(1, i, 0)$ .

---

---

G) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  la retta  $r : y = 3$  ed il punto  $P = (0, 1)$  sono coniugati rispetto la conica  $C_k$  di equazione  $x^2 - 2xy - 2x + 2y^2 - 2y + (k - 1) = 0$ .

---

---