Algebra lineare e Geometria Analitica

ALGEBRA → studio di strutture e loro trasformazioni

Teoria degli insiemi (naive).

→ Insieme A é una "collezione" di oggetti non ordinata e senza ripetizioni. + predicato $\in$

$$\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\} = \{1, 1, 2, 2, 2, 3\}.$$

A insieme x $\in$ = appartiene

$$x \in A\,?$$

→ || possiamo sempre estrarre qualsiasi elemento da un insieme

$X = \{a \in A \mid p(a)\}$.

insieme a appartenenti ad A
tali che $p(a)$ é vera

$B = \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ é pari}\}$.

tali che.

$\{1, 2, \vee, \rightarrow, abc\}$.

Sia A un insieme, B é <u>sotto</u> insieme
di A se $\forall b \in B : b \in A$

per ogni

$$B \subseteq A$$

se $B \subseteq A$ & $B \neq A \Rightarrow B \subset A$

et

sottoinsieme
proprio di A

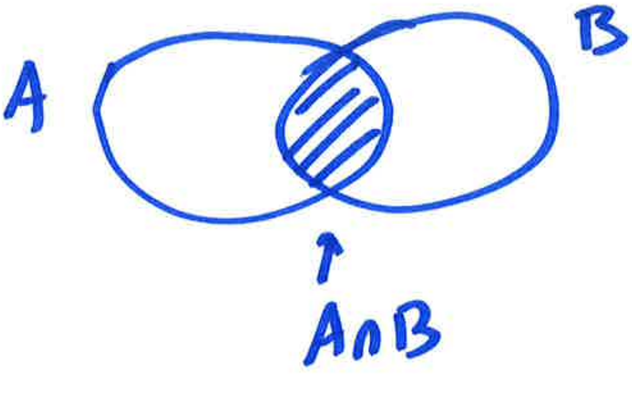
$$A = B \iff \underline{\forall a \in A : a \in B \;\&\; \forall b \in B : b \in A}$$

se e solo se

Due insiemi sono uguali se hanno gli stessi elementi

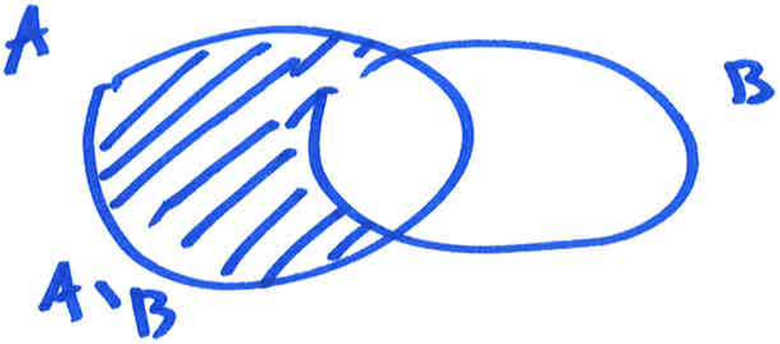
$$A \subseteq B \;\&\; B \subseteq A$$

$$A \cap B := \{a \in A \mid a \in B\} = \{b \in B \mid b \in A\}.$$



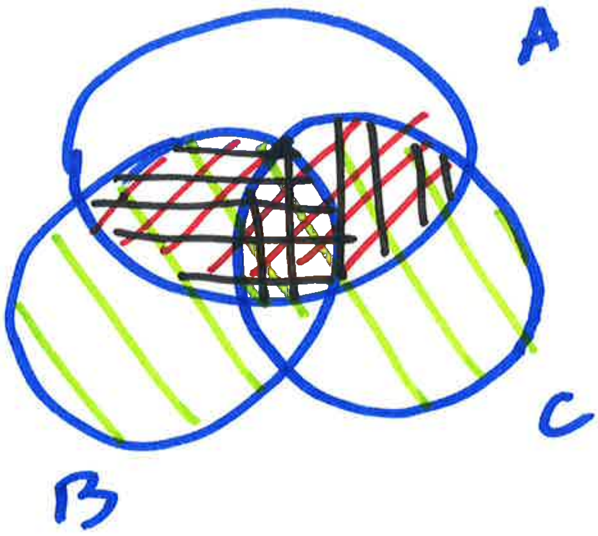
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oppure } x \in B\}.$$

$$A \setminus B := \{a \in A \,/\, a \notin B\}.$$



$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



$B \cup C =$

$A \cap (B \cup C) =$

$A \cap B =$

~~A∩B~~
$A \cap C =$

Antinomia di Russel.

$X := \{ A \text{ insiemi} \mid A \notin A \}.$ NON È UN INSIEME

$X \in X$??

NOZIONE DI COPPIA ORDINATA

$$(a,b) \neq (b,a) \neq (a,a)$$

prodotto cartesiano.

A, B insiemi

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}.$$

ove $\boxed{(a,b) := \{\{a\},\{a,b\}\}.}$

$$\underline{(a,a)} = \{\{a\},\{a,a\}\} = \{\{a\}\{a\}\} =$$
$$= \underline{\{\{a\}\}}.$$

$$\underline{(a,b)} = \{\{a\},\{a,b\}\}.$$

$a \neq b$

$$\underline{(b,a)} = \{\{b\},\{a,b\}\}.$$

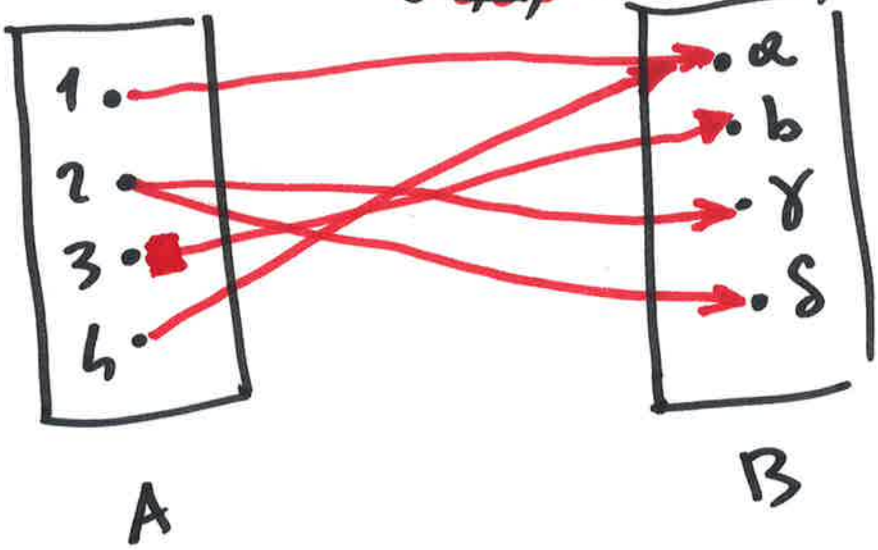
Relazione fra 2 insiemi.

A, B insiemi

Si dice ~~relazione~~ corrispondenza R fra A e B ogni $R \subseteq A \times B$.

$A = \{1,2,3,4\}$ $B = \{a, b, \gamma, \delta\}$.

$R = \{(1,a), (2,\gamma), (2,\delta), (4,a), (3,b)\}$.



Def: Una corrispondenza è detta

OVUNQUE DEFINITA: se $\forall a \in A \ \exists (a,b) \in R$

FUNZIONALE se $\forall a \in A$, $(a,b), (a,c) \in R \Rightarrow b = c$

OVUNQUE DEFINITA:

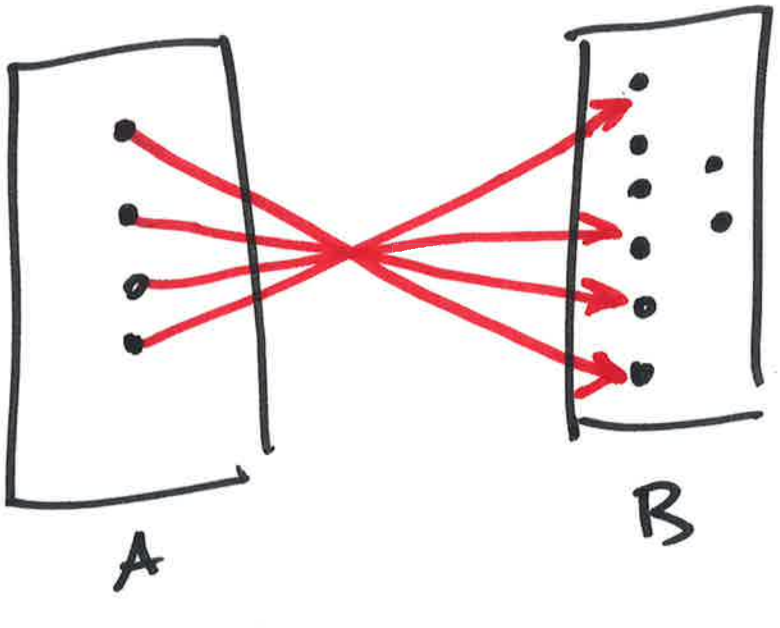
da ogni el. di A parte una freccia.

FUNZIONALE: da ogni elemento di A parte al più una freccia

FUNZIONE = OVUNQUE DEFINITA & FUNZIONALE.

↓

DA OGNI EL. DI A parte esattamente una freccia.



R è una funzione ⇒ $(a,b) \in R$
scriviamo $b = R(a)$

$f \subseteq A \times B$ funzione

scriveremo $f : A \longmapsto B$

A é detto dominio di f

B é detto codominio

$Im(f) = \{ b \in B \mid \exists a \in A : f(a) = b \}$.

↑ immagine di f.

$$Im(f) \subseteq B$$

<u>Def</u>: Una funzione f é detta $f : A \to B$

<u>suriettiva</u> se $Im(f) = B$

<u>Iniettiva</u> se $\forall b \in Im(f)$
$\exists! a \in A : b = f(a)$

esiste un unico