

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

Modalità di Esame

1. Ogni studente deve svolgere *esclusivamente* la traccia corrispondente alle iniziali del proprio cognome.
2. Il tempo a disposizione per lo svolgimento del compito è di 20 minuti.
3. È permesso l'uso di libri, appunti e/o calcolatrici.
4. Durante l'esame gli studenti dovranno rimanere collegati alla sessione di *microsoft teams* approntata a tale fine.
5. Al termine dell'esame ogni studente dovrà inviare agli indirizzi di posta elettronica luca.giuzzi@unibs.it e silvia.pellegrini@unibs.it una mail dall'oggetto *Consegna compito studente NOME COGNOME* e contenente in allegato una immagine (in formato jpeg o pdf) del foglio con le risposte alle domande della traccia.
6. Il foglio di risposta al compito deve contenere come prima riga *Nome* e *Cognome* dello studente e deve riportare le sole risposte ai quesiti (non i calcoli corrispondenti).
7. Condizione necessaria per il superamento della prova è che almeno 4 risposte su 6 siano corrette.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_4, e_1 + e_2, e_3, e_2)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0 = x + 2y - 3t\}$.
- C) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + z = 0 \\ 3x + 2y = k \end{cases}$$
 ammette ∞^1 soluzioni.
- D) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} -2 & k \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k , qual è il corrispondente autovalore?
- E) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $x = 0$.
- F) Si determini, se esiste, un ellissoide passante per il punto improprio $[(1, i, 0, 0)]$.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_1, e_1 + e_2, e_3, e_4)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : 3x + 2y - 4z = 0 = x + y\}$.
- C) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + z = 0 \\ 3x + ky = 1 \end{cases}$$
 ammette ∞^1 soluzioni.
- D) Si determini per quali valori di k il vettore $(1, 1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k , qual è il corrispondente autovalore?
- E) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $y = 0$.
- F) Si determini, se esiste, un paraboloide passante per il punto improprio $[(1, i, 0, 0)]$.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_3, e_1 + e_2, e_4, e_2)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + z = x + t = 0\}$.
- C) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare
$$\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ 2x - 2z = 0 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$
 ammette ∞^1 soluzioni.
- D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $(1, -1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k qual è il corrispondente autovalore?
- E) Si scriva l'equazione di una conica passante per il punto $(1, i)$.
- F) Si determini, se esiste, una quadrica riducibile con $\mathcal{C}_\infty : x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 = x_4$.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_4, e_1 - e_2, e_3, -e_2)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : 3x + 2y - 4z = 0 = x + y\}$.
- C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.
- D) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori si determini qual è il corrispondente autovalore.
- E) Si scriva l'equazione di una conica passante per il punto $(-i, 1)$.
- F) Si determini, se esiste, una quadrica irriducibile con $\mathcal{C}_\infty : (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0 = x_4$.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_1, e_1 + e_2, e_3, e_4)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0 = x + 2y - 3t\}$.
- C) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare
$$\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ 2x - 2z = 0 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$
 ammette ∞^1 soluzioni.
- D) Si determini per quali valori del parametro reale k la matrice $\begin{pmatrix} 2 & k+1 \\ k^2-1 & 0 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile.
- E) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $y = 0$.
- F) Si determini, se esiste, un paraboloide passante per il punto improprio $[(1, i, 0, 0)]$.

Algebra e Geometria

Terzo Appello - 31/03/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Tutte le risposte devono essere giustificate.

Quesiti

- A) In \mathbb{R}^4 determinino le componenti del vettore $e_1 + 2e_2 - e_3 + e_4$ rispetto la base $(e_3, e_1 + e_2, e_4, e_2)$.
- B) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + z = x + t = 0\}$.
- C) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + z = 0 \\ 3x + 2y = k \end{cases}$$
 ammette ∞^1 soluzioni.
- D) Si determini per quali valori di k il vettore $(1, 1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k , qual è il corrispondente autovalore?
- E) Si scriva l'equazione di una conica tangente la retta $x = 0$.
- F) Si determini, se esiste, una quadrica riducibile con $\mathcal{C}_\infty : x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 = x_4$.