

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

Modalità di Esame

1. Ogni studente deve svolgere *esclusivamente* la traccia corrispondente alle iniziali del proprio cognome.
2. Il tempo a disposizione per lo svolgimento del compito è di 20 minuti.
3. È permesso l'uso di libri, appunti e/o calcolatrici.
4. Durante l'esame gli studenti dovranno rimanere collegati alla sessione di *microsoft teams* approntata a tale fine.
5. Al termine dell'esame ogni studente dovrà inviare agli indirizzi di posta elettronica luca.giuzzi@unibs.it e silvia.pellegrini@unibs.it una mail dall'oggetto *Consegna compito studente NOME COGNOME* e contenente in allegato una immagine (in formato jpeg o pdf) del foglio con le risposte alle domande della traccia.
6. Il foglio di risposta al compito deve contenere come prima riga *Nome e Cognome* dello studente e deve riportare le sole risposte ai quesiti (non i calcoli corrispondenti).
7. Condizione necessaria per il superamento della prova è che almeno 4 risposte su 6 siano corrette.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

- A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x, x^2, x^3, x^4 - x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .
- B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, -1, 1)$ sul vettore $w = (1, 1, 0)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice
- $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
- C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.
- D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : x + y - 2kz = k$ e $\sigma : x + ky - 2kz = 2 - k$.
- E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $3x - 2y = 6$.
- F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1x_2 + x_2x_3 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x^2, x, x^3, x^4 + x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (1, 0, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ sia sottospazio vettoriale.

D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : x - 2ky + z = k$ e $\sigma : x - 2ky - kz = 2 - k$.

E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $x - y = 3$.

F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1^2 + x_2x_3 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x, 1, x^2, x^3, x^4 - x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (0, 1, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ ammetta ∞^2 soluzioni.

D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : 2kx - y + z = k$ e $\sigma : 2kx - y + kz = 2 - k$.

E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $3x + 2y = 2$.

F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1^2 + x_2^2 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x^2, x, 1, x^3, x^4 + x^2)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^2 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (1, 0, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ sia sottospazio vettoriale.

D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : x + y - 2kz = k$ e $\sigma : x + ky - 2kz = 2 - k$.

E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $x + 2y = 4$.

F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - x_3^2 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (1, x, x^3, x^2, x^4 - x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 + x^3 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, -1)$ sul vettore $w = (0, 1, 1)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ sia compatibile.

D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : x - 2ky + z = k$ e $\sigma : x - 2ky - kz = 2 - k$.

E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $3x + 2y = 2$.

F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1^2 + x_2x_3 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.

Algebra e Geometria

Secondo Appello - 09/02/2021

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Sia $P_4[x](\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale dei polinomi in x di grado al più 4 e $\mathfrak{B} = (x, 1, x^2, x^3, x^4 + x^3)$. Si scrivano, se possibile, le componenti di $x^4 - x^3 + 2$ rispetto a \mathfrak{B} .

B) In $V_3(\mathbb{R})$ si determini la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, -1, 1)$ sul vettore $w = (1, 1, 0)$ rispetto il prodotto scalare definito dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

C) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed $X = {}^t(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ si determini l'insieme dei vettori $B \in \mathbb{R}^{3,1}$ tali che il sistema $AX = B$ ammetta ∞^2 soluzioni.

D) In $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$, al variare del parametro reale k si determini la posizione reciproca dei due piani $\pi : 2kx - y + z = k$ e $\sigma : 2kx - y + kz = 2 - k$.

E) Si determini una parabola con asse parallelo alla retta $x - y = 3$.

F) Si scriva l'equazione di una quadrica la cui conica impropria \mathcal{C}_∞ ha equazione $x_1^2 + x_2^2 = 0 = x_4$ e si classifichi tale quadrica.