

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

Modalità di Esame

1. Ogni studente deve svolgere *esclusivamente* la traccia corrispondente alle iniziali del proprio cognome.
2. Il tempo a disposizione per lo svolgimento del compito è di 20 minuti.
3. È permesso l'uso di libri, appunti e/o calcolatrici.
4. Durante l'esame gli studenti dovranno rimanere collegati alla sessione di *microsoft teams* approntata a tale fine.
5. Al termine dell'esame ogni studente dovrà inviare all'indirizzo di posta elettronica `luca.giuzzi@unibs.it` e `silvia.pellegrini@unibs.it` una mail dall'oggetto *Consegna compito studente NOME COGNOME* e contenente in allegato una immagine (in formato jpeg o pdf) del foglio con le risposte alle domande della traccia.
6. Il foglio di risposta al compito deve contenere come prima riga *Nome e Cognome* dello studente e deve riportare le sole risposte ai quesiti (non i calcoli corrispondenti).
7. Condizione necessaria per il superamento della prova è che almeno 4 risposte su 6 siano corrette.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k l'insieme delle soluzioni del sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k-2k+1 \end{pmatrix}$$

è un sottospazio vettoriale.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ due rette in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ si scriva l'equazione di una iperbole con asintoti paralleli alle rette $r : x - y = 4$ ed $s : x + 2y = 3$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v = (4, -2)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con $C_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$ ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ fissato il riferimento $\Gamma = [0, (2e_1, e_2)]$. Si determini una base dello spazio di traslazione della retta $r : x + y - 3 = 0$.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k^2 - 7 \\ 4 \\ k - 2 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^1 soluzioni.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ due rette in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (3, 2, 7)$.

D) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cono a falda reale ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (e_1, 2e_2, e_1 + e_3)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + z = 0$.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^3 soluzioni.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$ due rette in $A_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{E}_2(\mathbb{C})$ si determinino le rette isotrope per il punto $P = (4, 6)$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v = (0, -2)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con $\mathcal{C}_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 - x_2^2$ ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (e_1, e_2, e_1 + e_3)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + 2z = 0$.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k l'insieme delle soluzioni del sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k-2k+1 \end{pmatrix}$$

è un sottospazio vettoriale.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$ due rette in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (2, 0, 4)$ e $Q = (-2, 2, 2)$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v = (1, -1)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un paraboloide iperbolico ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$, fissato il riferimento affine $\Gamma = [O; (2e_1, e_2, e_1 + e_2)]$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione $x - y + z = 0$.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^2 soluzioni.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ due rette in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ si scriva l'equazione di una iperbole con asintoti paralleli alle rette $r : 2x + y = 4$ ed $s : x - 2y = 6$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v = (1, -1)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con $\mathcal{C}_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2$ ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ fissato il riferimento $\Gamma = [0, (e_1, 2e_2)]$. Si determini una base dello spazio di traslazione della retta $r : 2x - 3y + 4 = 0$.

Algebra e Geometria

Primo Appello - 12/01/2021

| | |
|-----------------|-----------|
| COGNOME | NOME |
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $A_k X = B_k$ ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette ∞^2 soluzioni.

B) Siano $r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 3 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ due rette in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$. Si determini la natura della quadrica ottenuta ruotando r attorno ad s ed i suoi eventuali punti doppi.

C) In $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ si determini il piano assiale del segmento di estremi $P = (2, 3, 4)$ e $Q = (-2, -1, 2)$.

D) Si determini per quali valori del parametro reale k il vettore $v = (0, -2)$ è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un iperboloide ellittico ed un piano in $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$.

F) In $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ fissato il riferimento $\Gamma = [0, (2e_1, e_2)]$. Si determini una base dello spazio di traslazione della retta $r : x + y - 3 = 0$.