UNIVERSITÀ DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
Algebra Lineare e Geometria Analitica

PRIMO TEST INTERMEDIO - 10/11/2020

Modalità di Esame

1. Ogni studente deve svolgere *esclusivamente* la traccia corrispondente alle iniziali del proprio cognome.

2. Il tempo a disposizione per lo svolgimento del compito è di 45 minuti.

3. È permesso l'uso di libri, appunti e/o calcolatrici.

4. Durante l'esame gli studenti dovranno rimanere collegati alla sessione di *microsoft teams* approntata a tale fine.

5. Al termine dell'esame ogni studente dovrà inviare agli indirizzi di posta elettronica `luca.giuzzi@unibs.it` e `silvia.pellegrini@unibs.it` una mail dall'oggetto *Consegna compito studente NOME COGNOME* e contenente in allegato una immagine (in formato jpeg o pdf) del foglio con le risposte alle domande della traccia.

6. Il foglio di risposta al compito deve contenere come prima riga *Nome* e *Cognome* dello studente e deve riportare le sole risposte ai quesiti (non i calcoli corrispondenti).

UNIVERSITÀ DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
Algebra Lineare e Geometria Analitica

AB
CD

PRIMO TEST INTERMEDIO - 10/11/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare in 2 equazioni e 3 incognite le cui soluzioni formano uno spazio vettoriale di dimensione 2.

B) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2 - k. \end{cases}$$

C) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 12$ e $\dim(W) = 14$.

D) Scrivere una matrice 4×4 non diagonalizzabile che abbia come autovalori $0, 2, 3$.

E) Si determini per quali valori del parametro reale k la matrice $\begin{pmatrix} 2 & k+1 \\ k^2-1 & 0 \end{pmatrix}$ è ortogonalmente diagonalizzabile.

F) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} -2 & k \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

UNIVERSITÀ DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

EF
GH

Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo test intermedio - 10/11/2020

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare in 3 equazioni e 3 incognite non compatibile.

B) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

C) In $\mathbb{R}^{5,4}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 10$ e $\dim(W) = 14$.

D) Scrivete una matrice 4×4 diagonalizzabile ma non diagonale, avente un autovalore uguale 0 di molteplicità algebrica 2. Determinare l'autospazio dell'autovalore 0.

E) Scrivere una matrice 4×4 di rango 4 avente fra i suoi autovalori 0 e 1 con entrambi molteplicità algebrica 2 o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

F) Si determini per quali valori di k la somma dei due sottospazi di $\mathbb{R}^4$ dati da $U = \mathcal{L}((1,0,k,0),(1,0,1,0))$ e $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x + y + z = 0\}$ è diretta.

UNIVERSITÀ DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Algebra Lineare e Geometria Analitica

IJ
KL

Primo test intermedio - 10/11/2020

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

B) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$.

C) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 15$ e $\dim(W) = 6$.

D) Si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione di due sottospazi di dimensione 3 in $V_5(\mathbb{R})$.

E) Determinare una base B di $V_3(\mathbb{R})$ tale che il vettore $(1, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$ abbia componenti $(1, 2, 0)$ rispetto ad essa.

F) Si determini per quali valori di k il vettore $(1, 1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{pmatrix}$. Se esistono siffatti valori di k, qual è il corrispondente autovalore?

UNIVERSITÀ DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Algebra Lineare e Geometria Analitica

MNOP

Primo test intermedio - 10/11/2020

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 4 - k. \end{cases}$$

B) In $\mathbb{R}^{4,5}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 12$ e $\dim(W) = 14$.

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ x - y + 4z = -1 \end{cases}$.

D) Determinare una base B di $V_3(\mathbb{R})$ tale che il vettore $(1, 0, 2) \in \mathbb{R}^3$ abbia componenti $(2, 1, 0)$ rispetto ad essa.

E) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0 = x + 2y - 3t\}$.

F) Scrivere una matrice 4×4 di rango 4 avente fra i suoi autovalori 0 e 1 con entrambi molteplicità algebrica 2 o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

UNIVERSITÀ DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Algebra Lineare e Geometria Analitica

QR
ST

Primo test intermedio - 10/11/2020

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 0 \\ y + kz + t = 0 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 2-k. \end{cases}$$

B) In $\mathbb{R}^{6,3}$ si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione $U \cap W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente $\dim(U) = 9$ e $\dim(W) = 12$.

C) Si scriva una matrice ortogonalmente diagonalizzabile autovalori 4 e 6.

D) Si determini per quali valori di k il vettore $(2, -3)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

E) Scrivere una matrice 4×4 di rango 4 avente autovalori 3 e 5 con entrambi molteplicità algebrica 2 e non diagonalizzabile o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

F) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ dato da $U = \{(x, y, z, t) : 3x+2y-4z = 0 = x+y\}$.

UNIVERSITÀ DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

UVW
XYZ

Algebra Lineare e Geometria Analitica

PRIMO TEST INTERMEDIO - 10/11/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

Quesiti

A) Si scriva un sistema lineare non di Cramer in 2 incognite che ammetta una ed una sola soluzione.

B) Si determinino, al variare del parametro reale k il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2t = 1 \\ y + kz + t = 2 \\ x + (k+1)y + kz + (k+3)t = 3. \end{cases}$$

C) In $\mathbb{R}^{5,4}$ si determinino le possibili dimensioni della somma $U + W$ di due sottospazi di dimensione rispettivamente dim$(U) = 10$ e dim$(W) = 14$.

D) Si scrivano le componenti del vettore $v = v_1 + 2v_2 + 3v_3 - v_4$ rispetto la base $B = (v_1, 4v_2, v_3, v_4)$.

E) Scrivere una matrice 4×4 di rango 3 avente fra i suoi autovalori 1 e 2 con entrambi molteplicità algebrica 2 o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.

F) Si determini il complemento ortogonale del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ dato da $U = \{(x, y, z, t) : x + z = x + t = 0\}$.