

# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra Lineare e Geometria Analitica

Primo Appello - 12/01/2021

### Modalità di Esame

1. Ogni studente deve svolgere *esclusivamente* la traccia corrispondente alle iniziali del proprio cognome.
2. Il tempo a disposizione per lo svolgimento del compito è di 20 minuti.
3. È permesso l'uso di libri, appunti e/o calcolatrici.
4. Durante l'esame gli studenti dovranno rimanere collegati alla sessione di *microsoft teams* approntata a tale fine.
5. Al termine dell'esame ogni studente dovrà inviare all'indirizzo di posta elettronica `luca.giuzzi@unibs.it` una mail dall'oggetto *Consegna compito studente NOME COGNOME* e contenente in allegato una immagine (in formato jpeg o pdf) del foglio con le risposte alle domande della traccia.
6. Il foglio di risposta al compito deve contenere come prima riga *Nome e Cognome* dello studente e deve riportare le sole risposte ai quesiti (non i calcoli corrispondenti).
7. Condizione necessaria per il superamento della prova è che almeno 4 risposte su 6 siano corrette.
8. Le risposte devono essere giustificate.

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k^2 - 7 \\ 4 \\ k - 2 \end{pmatrix}$$

ammette  $\infty^1$  soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare in 2 equazioni e 3 incognite le cui soluzioni formano uno spazio vettoriale di dimensione 2.

C) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  si determini il piano assiale del segmento di estremi  $P = (1, 0, 1)$  e  $Q = (3, 2, 7)$ .

D) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(2, -3)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : 7x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , fissato il riferimento affine  $\Gamma = [O; (e_1, 2e_2, e_1 + e_3)]$  si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione  $x - y + z = 0$ .

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette  $\infty^2$  soluzioni.

B) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$ .

C) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione di una iperbole con asintoti paralleli alle rette  $r : 2x + y = 4$  ed  $s : x - 2y = 6$ .

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $v = (1, -1)$  è autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 - x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  fissato il riferimento  $\Gamma = [0, (e_1, 2e_2)]$ . Si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $r : 2x - 3y + 4 = 0$ .

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  l'insieme delle soluzioni del sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

è un sottospazio vettoriale.

B) Si scriva un sistema lineare in 3 equazioni e 3 incognite non compatibile.

C) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  si determini il piano assiale del segmento di estremi  $P = (2, 0, 4)$  e  $Q = (-2, 2, 2)$ .

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $v = (1, -1)$  è autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : -x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , fissato il riferimento affine  $\Gamma = [O; (2e_1, e_2, e_1 + e_2)]$  si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione  $x - y + z = 0$ .

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette  $\infty^2$  soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare in 2 equazioni e 3 incognite che ammetta  $\infty^2$  soluzioni.

C) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  si determini il piano assiale del segmento di estremi  $P = (2, 3, 4)$  e  $Q = (-2, -1, 2)$ .

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $v = (0, -2)$  è autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 - x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  fissato il riferimento  $\Gamma = [0, (2e_1, e_2)]$ . Si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $r : x + y - 3 = 0$ .

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & 1 & k+2 & k+3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

ammette  $\infty^3$  soluzioni.

B) Si scriva un sistema lineare in 3 equazioni e 3 incognite che ammetta  $\infty^1$  soluzioni.

C) In  $\mathcal{E}_2(\mathbb{C})$  si determinino le rette isotrope per il punto  $P = (4, 6)$ .

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $v = (0, -2)$  è autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : -x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$ , fissato il riferimento affine  $\Gamma = [O; (e_1, e_2, e_1 + e_3)]$  si determini una base dello spazio di traslazione del piano di equazione  $x - y + 2z = 0$ .

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia corrispondente all'iniziale del proprio cognome.

### Quesiti

A) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  l'insieme delle soluzioni del sistema lineare  $A_k X = B_k$  ove

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & k & k-1 \\ 0 & k & k+2 & k+3 & 3 \\ k & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = {}^t(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2-1 \\ k^2-2k+1 \end{pmatrix}$$

è un sottospazio vettoriale.

B) Si scriva un sistema lineare non di Cramer in 2 incognite che ammetta una ed una sola soluzione.

C) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione di una iperbole con asintoti paralleli alle rette  $r : x - y = 4$  ed  $s : x + 2y = 3$ .

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  il vettore  $v = (4, -2)$  è autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

E) Si determini una base del complemento ortogonale in  $\mathbb{R}^4$  del sottospazio  $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : 7x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 0\}$ .

F) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  fissato il riferimento  $\Gamma = [0, (2e_1, e_2)]$ . Si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $r : x + y - 3 = 0$ .