UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II test intermedio - 18/12/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $A_3(\mathbb{R})$ si stabiliscano le mutue posizioni fra il piano $\alpha_k : x + (k-2)y + z + 3 = 0$ e la retta $r_k : \begin{cases} x - y + k = 0 \\ y + (k-1)z + 1 = 0 \end{cases}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Risposta Per $k \neq 0, 2$: r incide α; per $k = 2$: $r \subseteq \alpha$; per $k = 0$: $r \parallel \alpha$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $A_3(\mathbb{R})$ si determini l'equazione cartesiana del luogo β dei punti simmetrici dei punti del piano $\alpha : -x + 2y + z - 3 = 0$ rispetto al punto $A = (0, -1, 2)$.

Risposta $\beta : -x + 2y + z + 3 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $A_3(\mathbb{R})$, posto $RA = [O, \mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)]$ si determini una base E dello spazio di traslazione del piano $\alpha : x - 3y + z - 5 = 0$.

Risposta $E = (e_1 - e_3, 3e_1 + e_2)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A_3(\mathbb{R})}$ complessificato, sia α il piano di equazione $ix + (3i-3)y - z = i$. Si determini una equazione cartesiana e reale dell'unica retta reale che giace su α.

Risposta $\begin{cases} 3y + z = 0 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza tangente in $B = (1, 0, -2)$ alla retta $r = \begin{cases} z + 2 = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ e passante per il punto $A = (0, 1, 0)$.

Risposta $r = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, $C = (\frac{2}{5}, 0, -\frac{4}{5})$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconosca la conica $\mathcal{C} : x^2 + 2xy - 2x + 1 = 0$. Si determinino le coordinate del polo della retta $r : 2x + y - 1 = 0$ rispetto $\mathcal{C}$.

Risposta Iperbole, $P_\infty = [(1, 1, 0)]$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{Q}$ la quadrica di equazione $xy = z$.

- Studiare la quadrica stabilendo la natura dei suoi punti semplici e scrivere l'equazione cartesiana della sua conica impropria $\mathcal{C}_\infty$.

  Risposta Paraboloide iperbolico, $\mathcal{C}_\infty : x_1 = 0 = x_4, x_2 = 0 = x_4$ **(pt.5)**

- Stabilire se il piano $\alpha : x - y - z + 1 = 0$ è tangente a $\mathcal{Q}$ ed in tal caso determinare le coordinate del punto di tangenza.

  Risposta Sì, $P = (-1, 1, -1)$ **(pt.5)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II test intermedio - 18/12/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $A_3(\mathbb{R})$ si stabiliscano le mutue posizioni fra il piano $\alpha_k : x - 2ky + z = 0$ e la retta $r_k : \begin{cases} y - kz = k + 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Risposta Per $k \neq 0, -1$: r incide α; per $k = -1$: $r \subseteq \alpha$; per $k = 0$: $r \parallel \alpha$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $A_3(\mathbb{R})$ si determini l'equazione cartesiana del luogo β dei punti simmetrici dei punti del piano $\alpha : 2x - y + z - 3 = 0$ rispetto al punto $A = (-1, 0, 2)$.

Risposta $\beta : 2x - y + z + 3 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $A_3(\mathbb{R})$, posto $RA = [O, \mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)]$ si determini una base E dello spazio di traslazione del piano $\alpha : 2x - y + z - 1 = 0$.

Risposta $E = (e_1 + 2e_2, e_2 + e_3)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A_3(\mathbb{R})}$ complessificato, sia α il piano di equazione $2ix + (2i - 3)y - z = i$. Si determini una equazione cartesiana e reale dell'unica retta reale che giace su α.

Risposta $\begin{cases} 3y + z = 0 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza tangente in $B = (-2, 0, 1)$ alla retta $r = \begin{cases} x + 2 = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ e passante per il punto $A = (0, 1, 0)$.

Risposta $r = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, $C = (-\frac{4}{5}, 0, \frac{2}{5})$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconosca la conica $\mathcal{C} : 2x^2 - xy - 2x + 1 = 0$. Si determinino le coordinate del polo della retta $r : 9x - 2y - 4 = 0$ rispetto $\mathcal{C}$.

Risposta Iperbole, $P_\infty = [(2, -1, 0)]$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{Q}$ la quadrica di equazione $xz = y$.

- Studiare la quadrica stabilendo la natura dei suoi punti semplici e scrivere l'equazione cartesiana della sua conica impropria $\mathcal{C}_\infty$.

  Risposta Paraboloide iperbolico, $\mathcal{C}_\infty = r \cup s$ ove $r : x_1 = 0 = x_4$ e $s : x_3 = 0 = x_4$ **(pt.5)**

- Stabilire se il piano $\alpha : x - y - z + 1 = 0$ è tangente a $\mathcal{Q}$ ed in tal caso determinare le coordinate del punto di tangenza.

  Risposta Sì, $P = (-1, -1, 1)$ **(pt.5)**

3

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II test intermedio - 18/12/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $A_3(\mathbb{R})$ si stabiliscano le mutue posizioni fra il piano $\alpha_k : x+kz=0$ e la retta $r_k : \begin{cases}(k-1)y+z=-1\\ x-2y=2k-2\end{cases}$ al variare di $k\in\mathbb{R}$.

Risposta Per $k\neq -1,2$: r incide α; per $k=2$: $r\subseteq\alpha$; per $k=-1$: $r\parallel\alpha$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $A_3(\mathbb{R})$ si determini l'equazione cartesiana del luogo β dei punti simmetrici dei punti del piano $\alpha : x-y+2z-3=0$ rispetto al punto $A=(2,0,-1)$.

Risposta $\beta : x-y+2z+3=0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $A_3(\mathbb{R})$, posto $RA=[O,\mathcal{B}=(e_1,e_2,e_3)]$ si determini una base E dello spazio di traslazione del piano $\alpha : 2x-4y+z-5=0$.

Risposta $E=(2e_1+e_2,e_1-2e_3)$ oppure $E=(e_1-2e_3,e_2+4e_3)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A_3(\mathbb{R})}$ complessificato, sia α il piano di equazione $2ix+(i-3)y-z=4$. Si determini una equazione cartesiana e reale dell'unica retta reale che giace su α.

Risposta $\begin{cases}3y+z=-4\\ 2x+y=0\end{cases}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza tangente in $B=(-2,1,0)$ alla retta $r=\begin{cases}x+2=0\\ y=1\end{cases}$ e passante per il punto $A=(0,0,1)$.

Risposta $r=\frac{3\sqrt{5}}{5}$, $C=(-\frac{4}{5},\frac{2}{5},0)$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconosca la conica $\mathcal{C} : x^2+y^2-xy-2x+1=0$. Si determinino le coordinate del polo della retta $r : x+y-2=0$ rispetto $\mathcal{C}$.

Risposta Ellisse, $P_\infty=[(1,1,0)]$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{Q}$ la quadrica di equazione $y^2+z^2=x$.

- Studiare la quadrica stabilendo la natura dei suoi punti semplici e scrivere l'equazione cartesiana della sua conica impropria $\mathcal{C}_\infty$.

  Risposta Paraboloide ellittico, $\mathcal{C}_\infty : x_2+ix_3=0=x_4, x_2-ix_3=0=x_4$ **(pt.5)**

- Stabilire se il piano $\alpha : x+2y+1=0$ è tangente a $\mathcal{Q}$ ed in tal caso determinare le coordinate del punto di tangenza.

  Risposta Sì, $P=(1,-1,0)$ **(pt.5)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - II test intermedio - 18/12/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $A_3(\mathbb{R})$ si stabiliscano le mutue posizioni fra il piano $\alpha_k : (k-3)x + y = 2$ e la retta $r_k : \begin{cases} x + (k-2)z = 1 \\ 2x - y = 2k - 4 \end{cases}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Risposta Per $k \neq 1, 2$: r incide α; per $k = 1$: $r \subseteq \alpha$; per $k = 2$: $r \parallel \alpha$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 2. In $A_3(\mathbb{R})$ si determini l'equazione cartesiana del luogo β dei punti simmetrici dei punti del piano $\alpha : x - y - 2z + 3 = 0$ rispetto al punto $A = (0, 2, -1)$.

Risposta $\beta : x - y - 2z - 3 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $A_3(\mathbb{R})$, posto $RA = [O, \mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)]$ si determini una base E dello spazio di traslazione del piano $\alpha : 3x - y + 2z - 5 = 0$.

Risposta $E = (e_1 + 3e_2, 2e_2 + e_3)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A_3(\mathbb{R})}$ complessificato, sia α il piano di equazione $2x + (i-3)y - iz = 4 + i$. Si determini una equazione cartesiana e reale dell'unica retta reale che giace su α.

Risposta $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ y - z = 1 \end{cases}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza tangente in $B = (1, -2, 0)$ alla retta $r = \begin{cases} y + 2 = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ e passante per il punto $A = (0, 0, 1)$.

Risposta $r = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, $C = (\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}, 0)$ **(pt.5)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconosca la conica $\mathcal{C} : x^2 - y^2 + xy - 2x + 1 = 0$. Si determinino le coordinate del polo della retta $r : 4x - 3y + 2 = 0$ rispetto $\mathcal{C}$.

Risposta Iperbole, $P = [(9, 6, 10)] = (\frac{9}{10}, \frac{3}{5})$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ sia $\mathcal{Q}$ la quadrica di equazione $x^2 + z^2 = y$.

- Studiare la quadrica stabilendo la natura dei suoi punti semplici e scrivere l'equazione cartesiana della sua conica impropria $\mathcal{C}_\infty$.

  Risposta Paraboloide Ellittico, $\mathcal{C}_\infty : x_1 + ix_3 = 0 = x_4, x_1 - ix_3 = 0 = x_4$ **(pt.5)**

- Stabilire se il piano $\alpha : 2x + y + 1 = 0$ è tangente a $\mathcal{Q}$ ed in tal caso determinare le coordinate del punto di tangenza.

  Risposta Sì, $P = (-1, 1, 0)$ **(pt.5)**