

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Secondo Appello - 6/2/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} kx + y + (2k + 1)t = 2 \\ (3 - k)z + 2t = 0 \\ (k - 3)t = k - 3 \end{cases}$$

- Si discuta il sistema al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

Risposta Compatibile $\forall k \in \mathbb{R}$; se $k \neq 3$ allora ∞^1 soluzioni; se $k = 3$ allora ∞^2 soluzioni _____ (pt.5)

- Posto $k = 0$ si determini una base della copertura lineare dello spazio delle soluzioni.

Risposta $B = ((1, 0, 0, 0), (0, 1, -\frac{2}{3}, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In \mathbb{R}^4 con il prodotto euclideo standard sia $A = \{(h - 1, h, 2, 1) : h \in \mathbb{R}\}$. Si determini una base \mathcal{B} di A^\perp e, se possibile, le componenti in \mathcal{B} del vettore $\mathbf{v} = (4, -4, 0, 4)$.

Risposta $\mathcal{B} = ((1, -1, 0, 1), (0, 0, 1, -2))$, componenti: $(4, 0)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & k & 1 \\ 0 & 2 & k \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

ammette $\lambda = 2$ come autovalore.

Risposta $k = 0, -8$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 4. Si consideri l'insieme di tutte le coniche C_k di equazione $kx^2 + 2(k - 2)xy + 2y^2 - 4x - 4y = 0$ al variare del parametro reale k . Si determinino i valori di k per i quali C_k

- è una conica generale.

Risposta $k \neq 6$ _____ (pt.2)

- è un'iperbole.

Risposta $k < 3 - \sqrt{5}$ oppure $k > 3 + \sqrt{5}, k \neq 6$ _____ (pt.3)

- passa per i punti ciclici.

Risposta $k = 2$ _____ (pt.2)

- ha un asintoto parallelo alla retta $r : x + y - 1 = 0$.

Risposta $k = 6$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 5. Sia \mathcal{Q} la quadrica di equazione $x^2 - 4xy + 2x + 6y + 1 = 0$.

- Si classifichi \mathcal{Q} ; si determinino gli eventuali punti doppi e la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro iperbolico di vertice $Z_\infty = [(0, 0, 1, 0)]$ a punti parabolici _____ (pt.3)

- Si scriva l'equazione cartesiana della C_∞ di \mathcal{Q} e, qualora riducibile, le rette che la compongono.

Risposta Eq. cartesiana $x_1^2 - 4x_1x_2 = 0 = x_4$; rette $x_1 = 0 = x_4$ e $x_1 - 4x_2 = 0 = x_4$ _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano che intersechi \mathcal{Q} in un'iperbole.

Risposta Qualsiasi piano non passante per Z_∞ _____ (pt.1)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Secondo Appello - 6/2/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + (2k + 1)t = 2 \\ (3 - k)z + 2t = 0 \\ (k - 3)t = k - 3 \end{cases}$$

- Si discuta il sistema al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

Risposta Compatibile $\forall k \in \mathbb{R}$; se $k \neq 3$ allora ∞^1 soluzioni; se $k = 3$ allora ∞^2 soluzioni _____ (pt.5)

- Posto $k = 0$ si determini una base della copertura lineare dello spazio delle soluzioni.

Risposta $B = ((0, 1, 0, 0), (1, 0, -\frac{2}{3}, 1))$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In \mathbb{R}^4 con il prodotto euclideo standard sia $A = \{(h, h - 1, 1, 2) : h \in \mathbb{R}\}$. Si determini una base \mathcal{B} di A^\perp e, se possibile, le componenti in \mathcal{B} del vettore $\mathbf{v} = (-4, 4, 4, 0)$.

Risposta $\mathcal{B} = ((-1, 1, 1, 0), (0, 0, -2, 1))$, componenti: $(4, 0)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Determinare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -4 & k & 2 \\ 0 & 4 & k \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

ammette $\lambda = 4$ come autovalore.

Risposta $k = 0, -16$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 4. Si consideri l'insieme di tutte le coniche \mathcal{C}_k di equazione $2x^2 + 2(k - 2)xy + ky^2 - 4x - 4y = 0$ al variare del parametro reale k . Si determinino i valori di k per i quali \mathcal{C}_k

- è una conica generale.

Risposta $k \neq 6$ _____ (pt.2)

- è un'iperbole.

Risposta $k < 3 - \sqrt{5}$ oppure $k > 3 + \sqrt{5}, k \neq 6$ _____ (pt.3)

- passa per i punti ciclici.

Risposta $k = 2$ _____ (pt.2)

- ha un asintoto parallelo alla retta $r : x + y - 1 = 0$.

Risposta $k = 6$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 5. Sia \mathcal{Q} la quadrica di equazione $z^2 - 4yz + 2z + 6y + 1 = 0$.

- Si classifichi \mathcal{Q} ; si determinino gli eventuali punti doppi e la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro iperbolico di vertice $X_\infty = [(1, 0, 0, 0)]$ a punti parabolici _____ (pt.3)

- Si scriva l'equazione cartesiana della \mathcal{C}_∞ di \mathcal{Q} e, qualora riducibile, le rette che la compongono.

Risposta Eq. cartesiana $x_3^2 - 4x_3x_2 = 0 = x_4$; rette $x_3 = 0 = x_4$ e $x_3 - 4x_2 = 0 = x_4$ _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano che intersechi \mathcal{Q} in un'iperbole.

Risposta Qualsiasi piano non passante per X_∞ _____ (pt.1)