

# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

## Modalità di Esame

Stante il perdurare dell'emergenza sanitaria, di concerto con i Consigli di Corso di Studi relativi i Corsi di Laurea afferenti al Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, si è reso necessario organizzare l'appello del giorno 03/09/2020 in modo da poter essere svolto in modalità telematica e non in presenza.

La procedura seguita è la seguente, che sostituisce in parte le indicazioni presenti nel syllabus.

La parte scritta consiste di 5 brevi domande a carattere teorico/pratico su nozioni e competenze ritenute imprescindibili per il superamento dell'esame, da svolgersi nell'arco di 20 minuti massimo. La parte orale, qualora ammessi, include anche lo svolgimento di uno o più esercizi sulla falsariga dei temi d'esame pregressi, il cui svolgimento è valutato come parte dell'esame.

Più in dettaglio, l'esame si svolge in 3 fasi:

1. Una prova scritta il 03/09/2020;
2. Lo svolgimento di uno o più esercizi individuali;
3. Un colloquio orale.

La procedura di svolgimento dello scritto è la seguente:

1. Entro le ore **8.45** del giorno 03/09/2020 gli studenti devono collegarsi col proprio account unibs alla sessione *Microsoft Teams* che è stata comunicata sul canale *Esame*. È richiesto avere in funzione una connessione sia audio che video dal PC. Il collegamento deve essere mantenuto per tutta la durata della prova.
2. Dopo l'identificazione degli studenti, effettuata mediante appello e presentazione di un documento di identità saranno inviate le domande cui rispondere individualmente per posta elettronica. Il tempo a disposizione per lo svolgimento delle stesse è di *20 minuti*. Sono ammessi l'uso di libro e calcolatrice. Il plico delle domande è pubblicato come allegato nel canale *Esame* all'inizio della prova. **Le domande nel plico cui gli studenti sono tenuti a rispondere sono quelle corrispondenti alla traccia il cui numero è l'ultima cifra del loro numero di matricola.**
3. Il microfono, per la durata dell'esame deve essere tenuto disattivato. Eventuali richieste al docente dovranno essere fatte sul canale *Esame* come messaggio; esse sono pubbliche e leggibili da tutti. Si invita a contenere al massimo tali richieste.
4. Come dal codice d'onore inviato e sottoscritto, si fa appello alla onorabilità ed alla serietà individuale degli studenti coinvolti sul fatto che le risposte vengano date in modo autonomo, senza consultare persone terze o collusioni fra studenti al fine di fornire risposte che non dipendano solamente dalla preparazione individuale. Similmente si ripone la massima fiducia che non saranno messi in atto comportamenti finalizzati ad intaccare l'integrità dell'esame stesso.
5. Si informano gli studenti che la prova potrà essere *in toto* o in parte registrata per consentire controlli sui comportamenti.
6. Le risposte ai quesiti devono essere inviate per posta elettronica ai seguenti 3 indirizzi [luca.giuzzi@unibs.it](mailto:luca.giuzzi@unibs.it), [silvia.pellegrini@unibs.it](mailto:silvia.pellegrini@unibs.it), [silvia.paparini@unibs.it](mailto:silvia.paparini@unibs.it) entro il termine perentorio del tempo di svolgimento. L'oggetto del messaggio deve essere *Consegna Compito Traccia xyz ove xyz è il numero della traccia svolta*. Nel corpo del messaggio deve essere riportato il numero di matricola dello studente e le risposte divise per quesito; in alternativa è possibile allegare una immagine di un foglio su cui si siano scritte le risposte stesse. Una volta inviato il messaggio con le risposte gli studenti dovranno inviare un messaggio del tipo "Consegnato ore xx.yy" sul canale *Esame* del team. In caso di ritiro, il messaggio dovrà essere inviato sul canale *Esame* con contenuto "Ritirato ore xx.yy". Faranno fede in ogni caso gli header dei messaggi di posta elettronica inviati per il momento della consegna. È lasciato alla discrezione dello studente l'inviare le risposte come testo di un messaggio oppure come pagina scansionata o fotografata.
7. Dopo il termine della parte scritta, saranno pubblicati gli esiti della stessa nel giro di 1 o 2 ore (indicativamente). L'esito in questo caso sarà un semplice *AMMESSO/A ALL'ORALE* o *NON AMMESSO/A ALL'ORALE* e non un voto in trentesimi. Per l'ammissione all'orale è necessario che almeno 4 risposte su 5 siano fornite in modo corretto. Chiaramente, l'esame è *NON SUPERATO* nel caso in cui uno studente non sia ammesso all'orale.

Gli orali si terranno a partire dalla mattinata del 23/06/2020 ed anche essi saranno svolti in modalità telematica.

La procedura di svolgimento dell'orale sarà la seguente:

1. Gli studenti dovranno collegarsi mediante *Microsoft Teams* al canale *Esame* del team indicato all'ora comunicata. Gli orali sono pubblici, per cui è possibile assistere agli stessi, sempre mediante modalità telematica.
2. Preliminarmente alle domande di teoria sarà chiesto agli esaminandi di svolgere uno o più esercizi sulla falsariga di quelli assegnati normalmente nei temi d'esame pregressi. Verrà valutato anche il metodo di svolgimento di tali esercizi e qualora tale svolgimento non sia valutato positivamente, l'esame sarà considerato *NON SUPERATO*.
3. L'esame orale procede poi in via telematica con domande a carattere preminentemente teorico sugli argomenti ed i temi del corso, con modalità analoghe a quelle delle sessioni in presenza.

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si scriva un sistema lineare in 3 equazioni e 3 incognite non compatibile.
- B) Determinare una base  $B$  di  $V_3(\mathbb{R})$  tale che il vettore  $(1, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$  abbia componenti  $(1, 2, 0)$  rispetto ad essa.
- C) Scrivere una matrice  $4 \times 4$  non diagonalizzabile che abbia come autovalori 0, 2, 3.
- D) Si determini una conica riducibile passante per il punto  $P = (2, 0)$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un ellissoide ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ .
- B) Si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione di due sottospazi di dimensione 3 in  $\mathbb{R}^5$ .
- C) Scrivere, se esiste, una matrice  $4 \times 4$  di rango 3 ed autovalori 1, 2 o spiegare perché una siffatta matrice non esiste.
- D) Si determinino gli asintoti (se esistono) della circonferenza generalizzata di equazione  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un iperboloide ellittico ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si scriva un sistema lineare in 2 equazioni e 3 incognite le cui soluzioni formano uno spazio vettoriale di dimensione 2.
- B) Scrivere l'espressione di un generico polinomio omogeneo di grado 3 in due variabili.
- C) Si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione di due sottospazi di dimensione 3 in  $V_5(\mathbb{R})$ .
- D) In  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ , descrivere due rette sghembe. Siete liberi se fornire una rappresentazione cartesiana o parametrica.
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un paraboloide iperbolico ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Scrivere un sistema lineare di 4 equazioni il cui insieme delle soluzioni sia della forma  $S = \{(t, 2, 0) : t \in \mathbb{R}\}$ .
- B) In  $V_3(\mathbb{R})$  dotato del prodotto scalare standard scrivere una base ortonormale diversa dalla base canonica.
- C) Determinare una base  $B$  di  $V_3(\mathbb{R})$  tale che il vettore  $(1, 0, 2) \in \mathbb{R}^3$  abbia componenti  $(2, 1, 0)$  rispetto ad essa.
- D) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  fissato  $RA = [0, (e_1, e_2)]$ . Si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $r : 2x - 3y + 4 = 0$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un paraboloide ellittico ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

A) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} .$$

B) Si determinino le possibili dimensioni dell'intersezione di due sottospazi di dimensione 4 in  $\mathbb{R}^6$ .

C) Scrivete una matrice  $4 \times 4$  diagonalizzabile ma non diagonale, avente un autovalore uguale 0 di molteplicità algebrica 2. Determinare l'autospazio dell'autovalore 0.

D) In  $E_3(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione di una retta ortogonale al piano  $\alpha : 2x + 3y - z + 5 = 0$ .

E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con  $C_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 - x_2^2$  ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si scriva un sistema lineare in 3 equazioni e 3 incognite che ammetta  $\infty^1$  soluzioni.
- B) In  $V_3(\mathbb{R})$  dotato del prodotto scalare standard scrivere una base ortonormale diversa dalla base canonica.
- C) Si descrivano le possibili intersezioni di un cono a falda reale ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .
- D) Si scriva l'equazione di una iperbole passante per il punto  $(2, 3)$ .
- E) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione di un piano ortogonale alla retta  $x = 0 = y + z$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Scrivere un sistema lineare il cui insieme delle soluzioni abbia base  $B = ((1, 1, 0), (0, 0, 1))$ .
- B) Scrivere una matrice  $4 \times 4$  non diagonalizzabile che abbia come autovalori 0, 2, 3.
- C) In  $\mathcal{E}_3(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione di un piano ortogonale alla retta  $x = 0 = y + z$ .
- D) Si determini la natura dei punti della quadrica ottenuta facendo ruotare la retta  $x + y = 1 = x$  attorno alla retta  $x = z = 0$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con  $\mathcal{C}_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$  ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .



UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si scriva un sistema lineare in 2 equazioni e 3 incognite le cui soluzioni formano uno spazio vettoriale di dimensione 2.
- B) In  $\mathbb{R}^3$  si determini una base di un complemento diretto di  $U = \{(x, y, z) : x + y = 0\}$ .
- C) Si determini per quali valori di  $k$  il vettore  $(2, -3)$  è autovettore di  $A = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .
- D) Si scriva l'equazione di una parabola passante per il punto  $(1, 0)$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cilindro con  $C_\infty : x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2$  ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve* svolgere *solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

A) Si scriva una matrice  $4 \times 5$  di rango 3 ed una di rango 4.

B) Si scrivano le componenti del vettore  $v = v_1 + 2v_2 + 3v_3 - v_4$  rispetto la base  $B = (v_1, 4v_2, v_3, v_4)$ .

C) Si determini (giustificando la risposta) una base, se esiste, dell'insieme delle soluzioni del sistema 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases} .$$

D) Si scrivano le equazioni cartesiane di due rette sghembe in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .

E) Si determini la natura di una quadrica generale la cui conica impropria ha equazione  $x_4 = 0 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Quinto Appello - 03/09/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Ogni studente *deve svolgere solamente* la traccia il cui numero coincide coll'ultima cifra del proprio numero di matricola. La condizione per il superamento della prova è che almeno 4 risposte siano corrette. Il tempo per lo svolgimento è di 20 minuti.

- A) Si scriva un sistema lineare non di Cramer in 2 incognite che ammetta una ed una sola soluzione.
- B) Si determini per quali valori del parametro reale  $k$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 & k+1 \\ k^2-1 & 0 \end{pmatrix}$  è ortogonalmente diagonalizzabile.
- C) In  $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$  fissato  $RA = [0, (e_1, e_2)]$ . Si determini una base dello spazio di traslazione della retta  $r : x + y - 3 = 0$ .
- D) Si scriva l'equazione di una iperbole passante per il punto  $(2, 3)$ .
- E) Si descrivano le possibili intersezioni di un cono a falda reale ed un piano in  $\mathcal{A}_3(\mathbb{R})$ .