UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o test - 19/12/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k: \ x^2 - 2y^2 + kxy + 4x - 2y + 4 = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- un'equazione cartesiana del luogo dei centri delle coniche di $\mathcal{C}_k$. Si riconosca tale luogo;

  Risposta $x^2 + 2y^2 + 2x + y = 0$, ellisse ______ **(pt.4)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali i punti $P = (0, -1)$ e $Q = (2, 1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = 10$ ______ **(pt.2)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la conica $\mathcal{C}_k$ è un'iperbole equilatera.

  Risposta $\nexists k$ ______ **(pt.1)**

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati la retta $r_k: \begin{cases} x - z = k - 1 \\ x + ky = 1 \end{cases}$ ed il piano $\pi_k: x + ky + z = 1$. Se ne determini la mutua posizione al variare del parametro reale k.

Risposta $k \neq 0$: incidenti; $k = 0$: paralleli e disgiunti ______ **(pt.3)**

Posto $k = 1$, si determini una raprresentazione cartesiana della proiezione ortogonale di r_k su π_k.

Risposta $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r: (2+i)x + (1-i)y + 15 = 0$.

Risposta $P = (-5, -5)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r: y + 2z - 3 = 0 = 3y - z + 4$ ed $s: y - z = 0 = 5y + z - 2$.

Risposta $X_\infty = [(1, 0, 0, 0)]$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q}: (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 0$ specificando la natura dei suoi punti.

Risposta Cono a falda immaginaria ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C}: \ x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 0 = 2y - 1$ dal punto $V = (1, 0, 2)$.

Risposta $\mathcal{L}: \ x^2 + 9y^2 + z^2 + 4xy + 8yz - 2x - 20y - 4z + 5 = 0$ ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}: \ x^2 + 2xy + z^2 + 4x - 2y + 4z = 0$. Si riconoscano le sezioni piane di $\mathcal{Q}$ con i piani $\alpha: \ x = 0$ e $\beta: \ z = 0$, precisando le rette componenti qualora la sezione risulti riducibile.

Risposta $\mathcal{C}_\alpha$: parabola, $\mathcal{C}_\beta$: iperbole ______ **(pt.4)**

2

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o test - 19/12/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k:\ x^2+y^2-kxy-6x+2y+2=0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- un'equazione cartesiana del luogo dei centri delle coniche di $\mathcal{C}_k$. Si riconosca tale luogo;

  Risposta $x^2-y^2-3x-y=0$, iperbole **(pt.4)**

- i valori di $k\in\mathbb{R}$ per i quali i punti $P=(1,0)$ e $Q=(0,2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=1$ **(pt.2)**

- i valori di $k\in\mathbb{R}$ per i quali la conica $\mathcal{C}_k$ è un'iperbole equilatera.

  Risposta $\nexists k$ **(pt.1)**

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati la retta $r_k:\begin{cases} x-y=k-1\\ x+2z=1\end{cases}$ ed il piano $\pi_k: kx+y+kz=1$. Se ne determini la mutua posizione al variare del parametro reale k.

Risposta $k\neq-2$: incidenti; $k=-2$ paralleli e disgiunti **(pt.3)**

Posto $k=1$, si determini una raprresentazione cartesiana della proiezione ortogonale di r_k su π_k.

Risposta $\begin{cases} x-y=0\\ x+y+z=1\end{cases}$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r: ix+(3+i)y+12=0$.

Risposta $P=(4,-4)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r: x-y-7=0=2x+3y-4$ ed $s: 2x+y-1=0=x-9y-10$.

Risposta $Z_\infty=[(0,0,1,0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q}: x^2-2xy-z^2+4y+1=0$ specificando la natura dei suoi punti.

Risposta Iperboloide iperbolico **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C}:\ x^2+y^2+z^2-4=0=x-1$ dal punto $V=(0,-1,1)$.

Risposta $\mathcal{L}:\ x^2-y^2-z^2+2xy-2xz+4x-2y+2z-2=0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}:\ x^2+2xy+z^2+4x+2y+4z=0$. Si riconoscano le sezioni piane di $\mathcal{Q}$ con i piani $\alpha:\ z=0$ e $\beta:\ y=0$, precisando le rette componenti qualora la sezione risulti riducibile.

Risposta $\mathcal{C}_\alpha:$ iperbole, $\mathcal{C}_\beta:$ ellisse **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o test - 19/12/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k: \ 3x^2 + y^2 + 2kxy - 2kx - 4y + 4 = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- un'equazione cartesiana del luogo dei centri delle coniche di $\mathcal{C}_k$. Si riconosca tale luogo;

  Risposta $3x^2 - y^2 + 3y - 2 = 0$, iperbole ______ **(pt.4)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali i punti $P = (2, 0)$ e $Q = (1, 1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k = 8$ ______ **(pt.2)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la conica $\mathcal{C}_k$ è un'iperbole equilatera.

  Risposta $\nexists k$ ______ **(pt.1)**

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati la retta $r_k: \begin{cases} 2x - ky = 0 \\ z = -k \end{cases}$ ed il piano $\pi_k : x + (k + 1)y - 2z = 2$. Se ne determini la mutua posizione al variare del parametro reale k.

Risposta $k \neq \frac{-2}{3}$: incidenti; $k = \frac{-2}{3}$: paralleli e disgiunti ______ **(pt.3)**

Posto $k = 1$, si determini una raprresentazione cartesiana della proiezione ortogonale di r_k su π_k.

Risposta $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$ ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r : (5 + i)x + (2 - 3i)y - 17 = 0$.

Risposta $P = (3, 1)$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r : 3x + y + 2 = 0 = 2x - y$ ed $s : x - y - 1 = 0 = 5x + 5y + 2$.

Risposta $Z_\infty = [(0, 0, 1, 0)]$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} : (y - 1)^2 + (z - 1)^2 - x = 0$ specificando la natura dei suoi punti.

Risposta Paraboloide ellittico ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C}: \ x^2 + y^2 + z^2 - 6 = 0 = z - 1$ dal punto $V = (-1, 2, 0)$.

Risposta $\mathcal{L}: \ x^2 + y^2 + 2x - 2xz - 4y + 4yz - 10z + 5 = 0$ ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}: \ x^2 + 2xy + z^2 + 4x - 2y + 4z = 0$. Si riconoscano le sezioni piane di $\mathcal{Q}$ con i piani $\alpha: \ y = 0$ e $\beta: \ x = 0$, precisando le rette componenti qualora la sezione risulti riducibile.

Risposta $\mathcal{C}_\alpha$: ellisse, $\mathcal{C}_\beta$: parabola ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o test - 19/12/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k:\ x^2+y^2+2kxy+6x-2y+1=0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- un'equazione cartesiana del luogo dei centri delle coniche di $\mathcal{C}_k$. Si riconosca tale luogo;

  Risposta $x^2-y^2+3x+y=0$, iperbole ________ **(pt.4)**

- i valori di $k\in\mathbb{R}$ per i quali i punti $P=(0,2)$ e $Q=(1,0)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$;

  Risposta $k=-1$ ________ **(pt.2)**

- i valori di $k\in\mathbb{R}$ per i quali la conica $\mathcal{C}_k$ è un'iperbole equilatera.

  Risposta $\nexists k$ ________ **(pt.1)**

ESERCIZIO 2. In $E_3(\mathbb{R})$ sono dati la retta $r_k:\begin{cases} z-x=k-1\\ x+ky=4\end{cases}$ ed il piano $\pi_k: x+ky+z=4$. Se ne determini la mutua posizione al variare del parametro reale k.

Risposta $k\neq 0$: incidenti; $k=0$: paralleli e disgiunti ________ **(pt.3)**

Posto $k=1$, si determini una raprresentazione cartesiana della proiezione ortogonale di r_k su π_k.

Risposta $\begin{cases} x-z=0\\ x+y+z=4\end{cases}$ ________ **(pt.4)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r:(3-2i)x+(1+i)y+5=0$.

Risposta $P=(-1,-2)$ ________ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r: 4x-z=0=x-11z-3$ ed $s: x+4z=0=2x-z+7$.

Risposta $Y_\infty=[(0,1,0,0)]$ ________ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q}:(x-y)^2-2z^2+2x+2y-1=0$ specificando la natura dei suoi punti.

Risposta Paraboloide iperbolico ________ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C}:\ x^2+y^2+z^2-8=0=y-1$ dal punto $V=(-2,0,1)$.

Risposta $\mathcal{L}:\ x^2-2y^2+z^2-4xy+4x+2yz-10y-2z+5=0$ ________ **(pt.4)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q}:\ x^2+2xy+z^2+4x+2y+4z=0$. Si riconoscano le sezioni piane di $\mathcal{Q}$ con i piani $\alpha:\ y=0$ e $\beta:\ z=0$, precisando le rette componenti qualora la sezione risulti riducibile.

Risposta $\mathcal{C}_\alpha:$ ellisse, $\mathcal{C}_\beta:$ iperbole ________ **(pt.4)**