

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : 2x - y + 1 = 0$.

Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy + 36x - 18y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x + y - z - 1 = 0 = x - 3$ ed $s : y - 2 = 0 = x + y - z - 4$.

Risposta $(j + k, i + k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, 5, 1)]$.

Risposta $y - 5 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2x + (1 - k)y = k - 1$, $\pi_2 : (4 - k)x + 2y + kz = -3$, $\pi_3 : x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq 0$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 4$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + (k - 3)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -1 \cup k > 7$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = 1$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

Risposta $k = 8$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz + 2yz - 6x = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloido ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloido è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloido ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - y + 1 = 0$.

Risposta $7x^2 + 7y^2 - 18xy + 18x - 18y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x - 4y + z - 6 = 0 = x - 3$ ed $s : y + 2 = 0 = x - 4y + z - 3$.

Risposta $(j + 4k, i - k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(3, i - 1, 1)]$.

Risposta $x - 3 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : (2 + k)x - 2y = -2 - k$, $\pi_2 : 2x + (1 - k)y + (k + 3)z = -3$, $\pi_3 : x - y - z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq -3$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 1$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + 4y^2 + (k + 5)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -9 \cup k > -1$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -7$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : x + 4y + 15 = 0$.

Risposta $k = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz + 4yz - 6x = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloidi ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloidi è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloidi ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : 2x - y + 2 = 0$.

Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy + 72x - 36y + 36 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : 3x - y - z - 7 = 0 = x - 2$ ed $s : y - 5 = 0 = 3x - y - z + 1$.

Risposta $(j - k, i + 3k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, -2, 1)]$.

Risposta $y + 2 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : (2 - k)y + 2z = k - 2$, $\pi_2 : (k - 1)x + 2y + (5 - k)z = -3$, $\pi_3 : x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq 1$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 5$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + (k + 4)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -8 \cup k > 0$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -6$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

Risposta $k = 1$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz + 2yz - 6y = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloidi ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloidi è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloidi ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : 3x - y + 1 = 0$.

Risposta $71x^2 - y^2 - 54xy + 54x - 18y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x + 2y - z - 5 = 0 = x - 3$ ed $s : y - 2 = 0 = x + 2y - z - 7$.

Risposta $(j + 2k, i + k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(-4, i - 1, 1)]$.

Risposta $x + 4 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2x - (1 + k)z = k + 1$, $\pi_2 : (2 - k)x + (k + 2)y + 2z = -3$, $\pi_3 : x + y - z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq -2$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 2$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + 4y^2 + (k + 3)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -7 \cup k > 1$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -5$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : x + 4y + 15 = 0$.

Risposta $k = 2$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz + 4yz - 6y = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloido ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloido è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloido ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : 2x - y - 1 = 0$.

Risposta $31x^2 + 4y^2 - 36xy - 36x + 18y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x - y - z + 1 = 0 = z - 3$ ed $s : y - 2 = 0 = x - y - z + 4$.

Risposta $(i + j, i + k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, 1, 1)]$.

Risposta $y - 1 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2y + (3 - k)z = k - 3$, $\pi_2 : (k - 2)x + (6 - k)y + 2z = -3$, $\pi_3 : x + y - z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq 2$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 6$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + (k + 2)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -6 \cup k > 2$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -4$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

Risposta $k = 3$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz - 2yz - 6y = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloidi ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloidi è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloidi ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - 2y - 1 = 0$.

Risposta $4x^2 + 31y^2 - 36xy - 18x + 36y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : 2x + y - z - 5 = 0 = y - 3$ ed $s : x - 2 = 0 = 2x + y - z - 7$.

Risposta $(j + k, i + 2k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(2, i - 1, 1)]$.

Risposta $x - 2 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2x + (4 - k)y = k - 4$, $\pi_2 : (7 - k)x + 2y + (k - 3)z = -3$, $\pi_3 : x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq 3$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 7$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + 4y^2 + (k + 1)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -5 \cup k > 3$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -3$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : x + 4y + 15 = 0$.

Risposta $k = 4$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy - 2xz + 2yz - 6x = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloido ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloido è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloido ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - y - 1 = 0$.

Risposta $7x^2 + 7y^2 - 18xy - 18x + 18y + 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x - y + z - 1 = 0 = x - 3$ ed $s : z - 2 = 0 = x - y + z - 4$.

Risposta $(j + k, i + j)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, 7, 1)]$.

Risposta $y - 7 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : (k + 3)x - 2y = -k - 3$, $\pi_2 : 2x - ky + (k + 4)z = -3$, $\pi_3 : x - y - z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq -4$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + (k - 1)xy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -3 \cup k > 5$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -1$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

Risposta $k = 6$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 3x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 4xy - 2xz + 4yz - 6x = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloidi ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloidi è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloidi ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - 2y - 2 = 0$.

Risposta $4x^2 + 31y^2 - 36xy - 36x + 72y + 36 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : 4x - y - z - 6 = 0 = y - 3$ ed $s : x + 2 = 0 = 4x - y - z + 3$.

Risposta $(j - k, i + 4k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(1, i - 1, 1)]$.

Risposta $x - 1 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : (6 - k)y + 2z = k - 6$, $\pi_2 : (k - 5)x + 2y + (9 - k)z = -3$, $\pi_3 : x - y + z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq 5$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = 9$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + 4y^2 + (k - 2)xy - 2x + 4y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -2 \cup k > 6$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (0, 1)$ e $Q = (4, 1)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = 0$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : x + 4y + 15 = 0$.

Risposta $k = 7$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 4x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 4xy + 4xz - 2yz - 6y = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloido ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloido è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloido ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 22/12/2017

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano tali che la loro distanza dall'origine sia il triplo della loro distanza dalla retta $r : x - 3y - 1 = 0$.

Risposta $x^2 - 71y^2 + 54xy + 18x - 54y - 9 = 0$ _____ (pt.5)

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento affine $[O; \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini una base dello spazio di traslazione dei piani paralleli contenenti le rette: $r : x - 3y + z + 7 = 0 = y - 2$ ed $s : x - 5 = 0 = x - 3y + z + 1$.

Risposta $(j + k, i + k)$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini un'equazione cartesiana e reale della retta reale passante per il punto $P = [(i - 1, -4, 1)]$.

Risposta $y + 4 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{R})$ si considerino i piani: $\pi_1 : 2x - (k + 5)z = k + 5$, $\pi_2 : (2 + k)x - (k + 6)y - 2z = 3$, $\pi_3 : x + y - z = 0$, al variare del parametro reale k . Si stabilisca per quali valori di k :

- i piani π_1 e π_2 si intersecano in una retta propria r ;

Risposta $k \neq -6$ _____ (pt.2)

- la retta propria $r = \pi_1 \cap \pi_2$ è parallela al piano π_3 .

Risposta $k = -2$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 5. In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : 4x^2 + y^2 + kxy + 4x - 2y = 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$. Si determini per quali valori del parametro:

- \mathcal{C}_k ha due punti impropri reali e distinti;

Risposta $k < -4 \cup k > 4$ _____ (pt.2)

- i punti $P = (1, 0)$ e $Q = (1, 4)$ sono coniugati rispetto alla polarità indotta da \mathcal{C}_k ;

Risposta $k = -2$ _____ (pt.2)

- la conica \mathcal{C}_k ha un asintoto parallelo alla retta $s : 4x + y + 15 = 0$.

Risposta $k = 5$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 6. In $\tilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$ si consideri la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz - 2yz - 6z = 0$.

- Si riconosca \mathcal{Q} , stabilendo la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Paraboloidi ellittico _____ (pt.3)

- Si dica, motivando la risposta, se il piano improprio è tangente a \mathcal{Q} .

Risposta Sì, poiché la conica impropria di un paraboloidi è riducibile _____ (pt.2)

- Si determini, se esiste, un piano α tale che $\mathcal{Q} \cap \alpha$ sia un'iperbole. Nel caso ciò non sia possibile, si giustifichi la risposta.

Risposta Non esiste poiché le sezioni piane irriducibili di un paraboloidi ellittico sono solo parabole ed ellissi (pt.3)