UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 18/12/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ date le rette sghembe $r : x = 0 = y - 1$ ed $s : x - 3 = 0 = y + z - 2$, si determini:

- una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza;

  Risposta $y - 1 = 0 = y + z - 2$ **(pt.3)**

- una equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ descritto dai punti della retta r nella rotazione di asse s.

  Risposta $x^2 + 2yz - 6x - 2y - 2z + 2 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca il luogo $\mathcal{Q}$ ottenuto, precisando la natura dei punti semplici e si determinimo gli eventuali punti doppi di $\mathcal{Q}$ giustificando la risposta.

Risposta Le rette r ed s sono sghembe, quindi $\mathcal{Q}$ è un iperboloide iperbolico. Essendo una quadrica generale, $\mathcal{Q}$ è priva di punti doppi. **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconoscano le coniche $\mathcal{C} : y^2 - 3x + 2 = 0$ e $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 = 4$ e se ne determinino i punti impropri.

Risposta $\mathcal{C}$ è una parabola di vertice $V = (\frac{2}{3}, 0)$, punti impropri $P_\infty = Q_\infty = [(1, 0, 0)]$.

$\mathcal{C}'$ è la circonferenza di centro l'origine e raggio 2, i suoi punti impropri sono i punti ciclici del piano: $J_\infty = [(1, i, 0)]$, $\bar{J}_\infty = [(1, -i, 0)]$ **(pt.4)**

Si consideri la retta $r : x + y = 0$. Siano: R il generico punto di r; p la polare di R rispetto a $\mathcal{C}$, p' la polare di R rispetto $\mathcal{C}'$ e Q l'intersezione di p e p'. Si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico descritto da Q al variare di R su r.

Risposta $3x^2 - 3xy - 4x + 12y + 12 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento RC=$[0, \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per $P = (17, 5, -4)$ ortogonale al piano $\alpha : 2x - y + z = 9$.

Risposta $V_1 = \mathcal{L}(2i - j + k)$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, la retta appartenente al piano $\alpha : x + y = 0$, incidente la retta $r : x - y = 0 = 2x + z + 1$ e passante per $P = (0, 0, 1)$.

Risposta $x + y = 0 = x - y$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini il piano per $P = (0, -2, 1)$ ortogonale ad $\alpha : x + y = 10$ e $\beta : 2x - y + z = 7$.

Risposta $x - y - 3z + 1 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r : (2 + i)x + (1 - i)y + 15 = 0$.

Risposta $P = (-5, -5)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r : x - y - 7 = 0 = 2x + 3y - 4$ ed $s : 2x + y - 1 = 0 = x - 9y - 10$.

Risposta $Z_\infty = [(0, 0, 1, 0)]$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 18/12/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ date le rette sghembe $r : y = 0 = z - 1$ ed $s : y - 4 = 0 = x + z - 3$, si determini:

- una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza;

  Risposta $z - 1 = 0 = x + z - 3$ **(pt.3)**
- una equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ descritto dai punti della retta r nella rotazione di asse s.

  Risposta $y^2 + 2xz - 2x - 8y - 4z + 4 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca il luogo $\mathcal{Q}$ ottenuto, precisando la natura dei punti semplici e si determinimo gli eventuali punti doppi di $\mathcal{Q}$ giustificando la risposta.

Risposta Le rette r ed s sono sghembe, quindi $\mathcal{Q}$ è un iperboloide iperbolico. Essendo una quadrica generale, $\mathcal{Q}$ è priva di punti doppi. **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconoscano le coniche $\mathcal{C} : x^2 + 5y + 4 = 0$ e $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 = 25$ e se ne determinino i punti impropri.

Risposta $\mathcal{C}$ è una parabola di vertice $V = (0, -\frac{4}{5})$, punti impropri $P_\infty = Q_\infty = [(0, 1, 0)]$.
$\mathcal{C}'$ è la circonferenza di centro l'origine e raggio 5, i suoi punti impropri sono i punti ciclici del piano: $J_\infty = [(1, i, 0)]$, $\bar{J}_\infty = [(1, -i, 0)]$ **(pt.4)**

Si consideri la retta $r : x - y = 0$. Siano: R il generico punto di r; p la polare di R rispetto a $\mathcal{C}$, p' la polare di R rispetto $\mathcal{C}'$ e Q l'intersezione di p e p'. Si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico descritto da Q al variare di R su r.

Risposta $5y^2 + 5xy + 58x + 8y + 125 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento RC=$[0, \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per $P = (8, -4, 11)$ ortogonale al piano $\alpha : x + 4y - z = 7$.

Risposta $V_1 = \mathcal{L}(i + 4j - k)$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, la retta appartenente al piano $\alpha : x - 4y = 0$, incidente la retta $r : y - z = 0 = x + 3y - 2$ e passante per $P = (4, 1, 0)$.

Risposta $x - 4y = 0 = x - 2y + 5z - 2$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini il piano per $P = (0, 2, -1)$ ortogonale ad $\alpha : x + 2z = 3$ e $\beta : 2y - z = 6$.

Risposta $4x - y - 2z = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r : ix + (3 + i)y + 12 = 0$.

Risposta $P = (4, -4)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r : y + 2z - 3 = 0 = 3y - z + 4$ ed $s : y - z = 0 = 5y + z - 2$.

Risposta $X_\infty = [(1, 0, 0, 0)]$ **(pt.3)**

3

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 18/12/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ date le rette sghembe $r : z = 0 = x - 1$ ed $s : z + 2 = 0 = x + y - 1$, si determini:

- una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza;

  Risposta $x - 1 = 0 = x + y - 1$ **(pt.3)**

- una equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ descritto dai punti della retta r nella rotazione di asse s.

  Risposta $z^2 + 2xy - 2y + 4z = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca il luogo $\mathcal{Q}$ ottenuto, precisando la natura dei punti semplici e si determinimo gli eventuali punti doppi di $\mathcal{Q}$ giustificando la risposta.

Risposta Le rette r ed s sono sghembe, quindi $\mathcal{Q}$ è un iperboloide iperbolico. Essendo una quadrica generale, $\mathcal{Q}$ è priva di punti doppi. **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconoscano le coniche $\mathcal{C} : x^2 + 6y + 7 = 0$ e $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 = 9$ e se ne determinino i punti impropri.

Risposta $\mathcal{C}$ è una parabola di vertice $V = (0, -\frac{7}{6})$, punti impropri $P_\infty = Q_\infty = [(0, 1, 0)]$.
$\mathcal{C}'$ è la circonferenza di centro l'origine e raggio 3, i suoi punti impropri sono i punti ciclici del piano: $J_\infty = [(1, i, 0)]$, $\bar{J}_\infty = [(1, -i, 0)]$ **(pt.4)**

Si consideri la retta $r : 2x + y = 0$. Siano: R il generico punto di r; p la polare di R rispetto a $\mathcal{C}$, p' la polare di R rispetto $\mathcal{C}'$ e Q l'intersezione di p e p'. Si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico descritto da Q al variare di R su r.

Risposta $6y^2 - 3xy - 16x + 14y + 54 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento RC=$[0, \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per $P = (13, -2, 1)$ ortogonale al piano $\alpha : 3x - z = 4$.

Risposta $V_1 = \mathcal{L}(3i - k)$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, la retta appartenente al piano $\alpha : x + 3z = 0$, incidente la retta $r : x + y = 0 = y - 2z + 1$ e passante per $P = (0, 1, 0)$.

Risposta $x + 3z = 0 = 2x + y + 2z - 1$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini il piano per $P = (1, -1, 1)$ ortogonale ad $\alpha : y - 3z = 12$ e $\beta : x - y + z = 0$.

Risposta $2x + 3y + z = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r : (5 + i)x + (2 - 3i)y - 17 = 0$.

Risposta $P = (3, 1)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r : 4x - z = 0 = x - 11z - 3$ ed $s : x + 4z = 0 = 2x - z + 7$.

Risposta $Y_\infty = [(0, 1, 0, 0)]$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 18/12/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $E_3(\mathbb{R})$ date le rette sghembe $r : y = 0 = z + 3$ ed $s : y - 5 = 0 = x - z - 2$, si determini:

- una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza;

  Risposta $z + 3 = 0 = x - z - 2$ **(pt.3)**

- una equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ descritto dai punti della retta r nella rotazione di asse s.

  Risposta $y^2 - 2xz - 6x - 10y - 2z - 6 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca il luogo $\mathcal{Q}$ ottenuto, precisando la natura dei punti semplici e si determinimo gli eventuali punti doppi di $\mathcal{Q}$ giustificando la risposta.

Risposta Le rette r ed s sono sghembe, quindi $\mathcal{Q}$ è un iperboloide iperbolico. Essendo una quadrica generale, $\mathcal{Q}$ è priva di punti doppi. **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si riconoscano le coniche $\mathcal{C} : y^2 - 4x + 5 = 0$ e $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 = 16$ e se ne determinino i punti impropri.

Risposta $\mathcal{C}$ è una parabola di vertice $V = (\frac{5}{4}, 0)$, punti impropri $P_\infty = Q_\infty = [(1, 0, 0)]$.

$\mathcal{C}'$ è la circonferenza di centro l'origine e raggio 4, i suoi punti impropri sono i punti ciclici del piano: $J_\infty = [(1, i, 0)]$, $\bar{J}_\infty = [(1, -i, 0)]$ **(pt.4)**

Si consideri la retta $r : x - 3y = 0$. Siano: R il generico punto di r; p la polare di R rispetto a $\mathcal{C}$, p' la polare di R rispetto $\mathcal{C}'$ e Q l'intersezione di p e p'. Si scriva un'equazione cartesiana del luogo geometrico descritto da Q al variare di R su r.

Risposta $6x^2 + 2xy - 15x - 21y + 96 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $E_3(\mathbb{R})$, fissato un riferimento RC=$[0, \mathcal{B} = (i, j, k)]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per $P = (-3, 7, 9)$ ortogonale al piano $\alpha : y + 5z = 2$.

Risposta $V_1 = \mathcal{L}(j + 5k)$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 4. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini, se esiste, la retta appartenente al piano $\alpha : 3x + y - 3 = 0$, incidente la retta $r : x + z = 0 = x - 2z + 2$ e passante per $P = (1, 0, -1)$.

Risposta $3x + y - 3 = 0 = x + z$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 5. In $E_3(\mathbb{R})$ si determini il piano per $P = (1, 0, -4)$ ortogonale ad $\alpha : x - y = 5$ e $\beta : 2y - z = 3$.

Risposta $x + y + 2z + 7 = 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{A}_2(\mathbb{C})$ si determini il punto reale della retta $r : (3 - 2i)x + (1 + i)y + 5 = 0$.

Risposta $P = (-1, -2)$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{A}_3(\mathbb{C})$ si determini il punto di intersezione delle rette $r : 3x + y + 2 = 0 = 2x - y$ ed $s : x - y - 1 = 0 = 5x + 5y + 2$.

Risposta $Z_\infty = [(0, 0, 1, 0)]$ **(pt.3)**