UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & k^2-1 & k^2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k \\ -1 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_kX = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq 1$, $k \neq \pm 1$, ∞^2 soluzioni, $k = -1$, ∞^3 soluzioni **(pt.3)**

Posto ora $k = 2$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(2-\alpha+2\beta, -1-\alpha, \alpha, \beta) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((2,-1,0,0), (-1,-1,1,0), (2,0,0,1))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((1,2,3,-2))$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((1,k,2,0),(2,2,2,k))$ e $W_k = \mathcal{L}((1,0,k,0),(2,k-1,2,0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq -2, 0, 1$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 2 \\ -2 & 2 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = 2$ **(pt.2)**

- posto $k = -1$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_{-1} e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}:\ 2y^2 + z^2 + 4y + 2z - 1 = 0 = x + y$ dal punto $V_\infty = [(1,0,1,0)]$.

Risposta $x^2 + 3y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz - 2x + 2y + 2z - 1 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}:\ x^2 - 4y^2 + 2x - 8y + 3 = 0$ e la retta $r:\ x - 6y - 2 = 0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Iperbole, $C = (-1,-1)$, asintoti: $x - 2y - 1 = 0$, $x + 2y + 3 = 0$,
  assi: $x + 1 = 0$, $y + 1 = 0$, $V_{1/2} = (-1, (-2 \pm \sqrt{6})/2)$ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (1,2)$ **(pt.2)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & k^2-4 & k^2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k \\ -2 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_kX = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq 2$, $k \neq \pm 2$, ∞^2 soluzioni, $k = -2$, ∞^3 soluzioni **(pt.3)**

Posto ora $k = 1$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(1-4\alpha+2\beta, 1-\alpha, \alpha, \beta) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((1,1,0,0), (-4,-1,1,0), (2,0,0,1))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((1,-1,3,-2))$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((1,k+1,2,0),(2,2,2,k+1))$ e $W_k = \mathcal{L}((1,0,k+1,0),(2,k,2,0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq -3, -1, 0$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 3 \\ -2 & 3 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = 1$ **(pt.2)**

- posto $k = -2$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_{-2} e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}:\ 2y^2 - z^2 + 4y + 2z - 1 = 0 = x + y$ dal punto $V_\infty = [(1,0,1,0)]$.

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz + 2x - 2y - 2z + 1 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro iperbolico, punti semplici parabolici **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}:\ x^2 + 4y^2 - 6x - 16y + 21 = 0$ e la retta $r:\ 3x + 4y - 13 = 0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Ellisse, $C = (3,2)$, assi: $x - 3 = 0$, $y - 2 = 0$,
  $V_1 = (3,3)$, $V_2 = (3,1)$, $V_3 = (5,2)$, $V_4 = (1,2)$ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (0,1)$ **(pt.2)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 \\ (k+2)^2-1 & 1 & (k+2)^2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k+2 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq -1$, $k \neq -3, -1$, ∞^2 soluzioni, $k = -3$, ∞^3 soluzioni **(pt.3)**

Posto ora $k = 0$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(-1-\alpha, 2-\alpha+2\beta, \alpha, \beta) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((-1,2,0,0), (-1,-1,1,0), (0,2,0,1))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((2,1,3,-2))$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((1,k-1,2,0),(2,2,2,k-1))$ e $W_k = \mathcal{L}((1,0,k-1,0),(2,k-2,2,0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq -1, 1, 2$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 1 \\ -2 & 1 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = 3$ **(pt.2)**

- posto $k = 0$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_0 e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}:\ x^2+y^2+z^2-9=0=x+y$ dal punto $V = [(1,0,0,1)]$.

Risposta $9x^2+7y^2-z^2+18xy-18x-18y+9=0$ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cono, punti semplici parabolici **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}:\ 4x^2-y^2+8x-2y-3=0$ e la retta $r:\ 6x-y+2=0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Iperbole, $C = (-1,-1)$, asintoti: $2x-y+1=0$, $2x+y+3=0$,
  assi: $x+1=0$, $y+1=0$, $V_{1/2} = ((-2\pm\sqrt{6})/2, -1)$ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (2,1)$ **(pt.2)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -2 \\ (k+2)^2 & (k+2)^2-4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k+2 \\ -2 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq 0$, $k \neq -4, 0$, ∞^2 soluzioni, $k = -4$, ∞^3 soluzioni **(pt.3)**

Posto ora $k = -1$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(\alpha, 1-\alpha, 1-4\alpha+2\beta, \beta) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((0,1,1,0), (1,-1,-4,0), (0,0,2,1))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((3,-1,1,-2))$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((2,k,3,0), (1,1,1,k+1))$ e $W_k = \mathcal{L}((3,0,k,0), (1,k,-1,0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq -1, 0, 12$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 4 \\ -2 & 4 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = -1$ **(pt.2)**

- posto $k = -3$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_{-3} e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}:\ 2y^2 + z^2 + 4y + 4z + 2 = 0 = x + y$ dal punto $V_\infty = [(1,0,-1,0)]$.

Risposta $x^2 + 3y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + 4x + 8y + 4z + 2 = 0$ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro ellittico, punti semplici parabolici **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}:\ 4x^2 + y^2 - 16x - 6y + 21 = 0$ e la retta $r:\ 4x + 3y - 13 = 0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Ellisse, $C = (2,3)$, assi: $x - 2 = 0$, $y - 3 = 0$,
  $V_1 = (3,3)$, $V_2 = (1,3)$, $V_3 = (2,5)$, $V_4 = (2,1)$ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (1,0)$ **(pt.2)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & (k-2)^2-1 & (k-2)^2 & 1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k-2 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq 3$; $k \neq 1, 3$, ∞^2 soluzioni, $k = 1$, ∞^3 soluzioni ______ **(pt.3)**

Posto ora $k = 4$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(\beta, -1-\alpha, \alpha, 2-\alpha+2\beta,) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ ______ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((0,-1,0,2), (0,-1,1,-1), (1,0,0,2))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ ______ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((-2,2,3,1))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((2, k-2, 3, 0), (1, 1, 1, k-1))$ e $W_k = \mathcal{L}((3, 0, k-2, 0), (1, k-2, -1, 0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq 1, 2, 14$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 5 \\ -2 & 5 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = 1$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = -4$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_{-4} e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}: \ 2y^2 - z^2 + 4y = 0 = x + y$ dal punto $V_\infty = [(1, 0, -1, 0)]$.

Risposta $x^2 - y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 4y = 0$ ______ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cilindro iperbolico, punti semplici parabolici ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}: \ x^2 - 4y^2 + 4x - 8y + 6 = 0$ e la retta $r: \ x - 6y - 1 = 0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Iperbole, $C = (-2, -1)$, asintoti: $x - 2y = 0$, $x + 2y + 4 = 0$,
  assi: $x + 2 = 0$, $y + 1 = 0$, $V_{1/2} = (-2, (-2 \pm \sqrt{6})/2)$ ______ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (0, 2)$ ______ **(pt.2)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2^o appello - 05.02.2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & (k-2)^2-4 & -2 & (k-2)^2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k-2 \\ -2 \end{pmatrix}$ e $X = {}^t\begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix}$, dove $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la risolubilità del sistema lineare $A_kX = B_k$, precisando il numero di soluzioni quando risulta compatibile.

  Risposta Compatibile per $k \neq 4$; $k \neq 0, 4$, ∞^2 soluzioni, $k = 0$, ∞^3 soluzioni ______ **(pt.3)**

Posto ora $k = 3$,

- si determini l'insieme S delle soluzioni del sistema;

  Risposta $S = \{(1-4\alpha+2\beta, 1-\alpha, \beta, \alpha) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ ______ **(pt.2)**

- si determini una base e la dimensione di $\mathcal{L}(S)$;

  Risposta $\mathcal{B} = ((1,1,0,0), (-4,-1,0,1), (2,0,1,0))$, $\dim \mathcal{L}(S) = 3$ ______ **(pt.2)**

- si determini il complemento ortogonale di S.

  Risposta $S^\perp = \mathcal{L}((1,-1,-2,3))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino i sottospazi $U_k = \mathcal{L}((1,2k,2,0),(1,1,1,k))$ e $W_k = \mathcal{L}((1,0,2k,0),(2,2k-1,2,0))$, dove k è un parametro reale. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $U_k \oplus W_k = \mathbb{R}^4$.

Risposta $k \neq -1, 0, 1/2$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. Si considerino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & k & 6 \\ -2 & 6 & k \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le matrici A_k e D risultano simili;

  Risposta $k = 3$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = -5$ si determini, se possibile, una matrice D' simile a A_{-5} e una relativa matrice diagonalizzante P.

  Risposta $D' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si determini un'equazione cartesiana del luogo $\mathcal{Q}$ delle rette che proiettano la curva $\mathcal{C}:\ x^2+y^2+z^2-1 = 0 = x+y$ dal punto $V = [(1,0,0,1)]$.

Risposta $x^2 - y^2 - z^2 + 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ ______ **(pt.4)**

Si riconosca la superficie $\mathcal{Q}$ ottenuta, precisando la natura dei suoi punti semplici.

Risposta Cono, punti semplici parabolici ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, si considerino la conica $\mathcal{C}:\ x^2+4y^2-4x-16y+16 = 0$ e la retta $r:\ 3x+4y-10 = 0$.

- Si riconosca la conica $\mathcal{C}$ e si determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti, assi e vertici;

  Risposta Ellisse, $C = (2,2)$, assi: $x-2 = 0$, $y-2 = 0$,
  $V_1 = (2,3)$, $V_2 = (2,1)$, $V_3 = (4,2)$, $V_4 = (0,2)$ ______ **(pt.5)**

- si determini il polo della retta r rispetto alla conica $\mathcal{C}$.

  Risposta $P = (-1,1)$ ______ **(pt.2)**