Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

α

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 + 2kxy + 2(k+1)y + 1 = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = k \\ 2y + 4z = 3 \end{cases}$$

C) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ la posizione reciproca dei tre piani e si dica quando la loro intersezione è reale

$$\pi_k : x + ky + 2iz = 0, \qquad \theta_k : x - ky + 2kz = 0, \qquad \sigma_k : x + y - z + 4 = 0.$$

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 1 e 3 di molteplicità geometrica rispettivamente 1 e 2 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : a + d = 0 \right\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(1, 0, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} 3x + 2y - kz + t = 3 \\ x - y + z - t = k \\ 5y - (k+3)z + 4t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

β

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $kx^2 + 2xy + 2ky - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + ky + 2z = 0 \\ x - y = k \\ 4y + 2z = 3 \end{cases}$$

C) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ la posizione reciproca dei tre piani e si dica quando la loro intersezione è reale

$$\pi_k : x + ky + 2kz = 0, \qquad \theta_k : x - iy - 2iz = 0, \qquad \sigma_k : x - y + 4 = 0.$$

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori -1 e 1 di molteplicità geometrica rispettivamente 3 e 1 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2} : c + 3d = 0 \right\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 1, 0)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + 2y - kz + t = 3 \\ -y + z - t = k \\ x + 3y - (k+1)z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

γ

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 - y^2 + 2(k+1)xy - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = k \\ 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

C) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ la posizione reciproca dei tre piani e si dica quando la loro intersezione è reale

$$\pi_k : x + ky + 2z = 0, \qquad \theta_k : x - ky - 2kz = 0, \qquad \sigma_k : x - y + 4 = 0.$$

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 0 e 6 di molteplicità geometrica rispettivamente 2 e 2 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \{a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}[x] : a + b + c = 0\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = 1 + 2x - 3x^2 + x^3$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(0, 0, 1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x - ky + 2z + t = 3 \\ y - z - t = k \\ x - (k+1)y + 3z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.

δ

Università degli Studi di Brescia
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Algebra e Geometria

Primo Appello - 09/01/2024

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

Quesiti

A) Si determini, al variare del parametro reale k la natura della conica $\mathscr{C}_k$ di equazione $x^2 - 2kxy + 2ky - k = 0$.

B) Si determini, al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del complemento ortogonale della copertura lineare dell'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ x - z = -k \\ 2y + 4z = k + 3 \end{cases}$$

C) In $AG(3, \mathbb{C})$ si determini al variare del parametro $k \in \mathbb{C}$ la posizione reciproca dei tre piani e si dica quando la loro intersezione è reale

$$\pi_k : ix + ky + 2iz = 0, \qquad \theta_k : x - y - 2ikz = 0, \qquad \sigma_k : x + y + 4 = 0.$$

D) Si scriva (se esiste) una matrice 5×5 con autovalori 1 e 4 di molteplicità geometrica rispettivamente 1 ed 1 e non diagonalizzabile.

E) Sia $\mathscr{V} := \{a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}[x] : a - b - c = 0\}$. Si scriva una base $\mathfrak{B}$ di $\mathscr{V}$ e si determinino le componenti del vettore $\mathbf{v} = 5 + 2x + 3x^2 + x^3$ rispetto ad essa.

F) Si scriva una retta r passante per il punto $(1, 1, 1)$ ed incidente ortogonalmente la retta $s : x + y - 1 = 0 = z$.

G) Si studi al variare del parametro reale k il sistema lineare in 4 incognite

$$\begin{cases} x + ky + 2z + t = 3 \\ y - z + t = k \\ x + (k+1)y + z + 2t = 4 \end{cases}$$

indicando quando esso è compatibile e determinandone il numero di soluzioni.